

⑤平成30年度科学技術人材育成重点枠実施報告（要約）

① 研究開発のテーマ	
数学的思考力を基盤に多領域に応答する人材の育成	
② 研究開発の概要	
<p>数学的思考力を基盤に多領域に応答する人材の育成を目的としている。多くの情報を集め、それらの情報から必要とする情報を引き出し処理することを通して、社会とのつながりの中で数学を活用する能力を育成することが目標である。具体的には2つの人材、①Leading型科学技術人材（現象と原因の関係やそのメカニズムについて、幅広く収集した情報を処理し、根拠や理由に基づいて自分の考えで説明し将来、日本社会を牽引することができる人材）②Top型科学技術人材（国内外の多様なステークホルダーと連携して、社会的課題を自ら主体に発見し、新しい価値を明確なデータに基づいて創造することができ、世界の中で将来活躍できる人材）の育成である。育成には、4つのステージを設けて必要な資質や能力を磨くための検証を行う。</p>	
③ 平成30年度実施規模	
全国SSH校と東海地区非SSH校の生徒を対象として実施する。	
④ 研究開発内容	
<p>○具体的な研究事項・活動内容</p> <ul style="list-style-type: none"> ・0ステージ <ul style="list-style-type: none"> 研究事項 <p>Leading型、Top型科学技術人材を育成するために必要な資質・能力を判定するために実施した。選考に通過した生徒には、2nd・3rdステージ参加への意欲と更なる学びへの意識づけを行なうことが期待される。</p> 活動内容 <p>全国の高校生に対してLeading型科学技術人材・Top型科学技術人材への登龍門として、4月上旬に全国のSSH校ならびに東海地区の非SSH校に応募要領と公募問題「すごい分数」を発送した。応募された解答を7人の審査員で評価を行い、1stステージ進出校を決定する。</p> ・1stステージ <ul style="list-style-type: none"> 研究事項 <p>書類選考を通過した全国の高校生を対象に、事象を数学的に捉え汎用的な見方・考え方がさらにできるようにファシリテートする。また、課題を主体的・協同的に解決する力を育成する。</p> <p>2ndステージで行うFW（フィールドワーク）を通して、効果的に調査・研究を行う基礎力育成が期待される。</p> 活動内容 <p>書類選考を通過した全国の高校生を対象に、4名の教員が2日間で2時間ずつ、レクチャーを行った。内容は社会生活と数学の関わりに焦点を当てた。レクチャーの課題をグループごとや個人で解くことで課題を主体的・協同的に解決する力を育成する。講座の受講ごとに行う課題レポート集計をおこない点数化した。2ndステージに進出する団体を決定する。</p> ・2ndステージ <ul style="list-style-type: none"> 研究事項 <p>1stステージを通過した高校生（32名）を対象に、事象を数学的に捉え汎用的な見方・考え方をFWを通して実践的に育成する。情報収集や調査で得た多くの情報を分析し、エビデンスに基いた発表力を育成する。集めた情報から自分が必要とする情報を引き出し、処理する能力を育成するこ</p> 	

とが目標である。また商店街を拠点にFWを行うため、数学が実生活との関わり、学校での学問が社会とのつながりや、実社会との影響を考える。事象を数学的に捉える課題が出題される日本数学コンクールに参加し、事象と数学の関係性について理解する。

活動内容

2ndステージは9校が参加した。名古屋市千種区にある覚王山を中心としたエリアで数学の視点から商店街や建物を観察する。数学の視点からまとめて審査員の前で発表を行った。最終日は名古屋大学主催の日本数学コンクールの団体戦に参加し、グループで問題に取り組んだ。

・自己成長ステージ

研究事項

3rdステージに向けて、英語で数学の授業を受講し英語力を向上させる。英語での数学的専門用語の修得が期待される。また今後の教育で期待されている遠隔教育に対する実践例の提供をおこなう。個人のライフスタイルにあわせた新しい教育の試行を試みた。

活動内容

2ndステージ（10月）から3rdステージ（2月末）の間で、インターネットを活用した双方型遠隔教育の試行的実施をする。名古屋大学G30プログラムで実施しているインターネットを使って配信されている補充教材を利用する。ビデオチャットの機能を使って質疑応答、参加者どうしの議論、補足事項等の発信を行う。

・3rdステージ

自ら主体的に課題を発見し、新しい価値を明確なデータに基づいて創造することができ、将来世界の中で活躍することができる人材を育成する。海外の高校生と協同し、自分の持つ社会的背景とは異なる状況の下でも多くの情報を収集し、必要な情報を的確に処理する能力を育成する。成果を英語で発表し、情報交換を行なうことで国際性を育成することが期待される。

活動内容

米国ノースカロライナ州 North Carolina School of Science and Math (NCSSM) の生徒と地元商店街にて、アンケート調査や聞き取り調査等により多くのデータを収集し分析。分析した結果についてエビデンスを示しながら英語で発表する。

⑤ 研究開発の成果と課題

○実施による成果とその評価

- ・0ステージでの応募数は全国から30校、50団体（一団体は4名 200名近く）であった。
- ・1stステージでは4名の教員により、グループごとでの評価や個人での評価をそれぞれ行った。
- ・2ndステージでは名古屋大学主催の日本数学コンクールの団体戦に参加をし、団体戦ではすべての学校が大賞、優秀賞、優良賞、奨励賞などを受賞し、参加校の実力が示された。

○実施上の課題と今後の取組

- ・0ステージでの解答は半数が正解であったため、評価方法の厳密性で判断をした。
- ・1stステージは4名の教員による評価方法が個人評価と団体評価の2通りで評価を行った。
- ・2ndステージの実施時期が暑さのために、フィールドワークにおいて暑さ対策が必要になる。
- ・自己成長ステージではネット上のビデオチャットであるため、各学校のネット環境の整備が必要。
- ・進出校に対して次ステージへの案内までの周知期間が短かく交通費等の案内が毎回直前となる。
- ・審査をする先生や講師の連絡がステージごとに連絡をとる必要があるため、準備が煩雑になる。

○現時点における平成31年度以降の計画

（3月に公募問題の検討会を実施）

- ・4月 0ステージ 公募問題の配布 ・6月1日（土）2日（日）1stステージ 実施
- ・8月初旬 2ndステージ 実施 日本数学コンクール団体戦 参加
- ・10月から2月 自己成長ステージ 実施
- ・3月 3rdステージ実施

（文責 渡辺武志）

⑥平成30年度科学技術人材育成重点枠の成果と課題

① 研究開発の成果	<p>○これまでの取り組みを通じた成果</p> <ul style="list-style-type: none">・地域や他の学校への波及効果 0ステージで全国のSSH校ならびに東海地区の非SSH校に応募要領と公募問題「すごい分数」というタイトルで発送した。この問題の探究に、全国から30校、50団体（一団体は4名 200名近く）の応募があった。審査では、愛知、三重の県立高校の数学教員、名古屋大学多元数理科学研究科教員が審査員を行い、活発な意見交換をおこなった。 2ndステージではフィールドワークから数学をみつけるはじめての試みに対して愛知県立豊田西高校の田中紀子教諭からアドバイスをいただき、フィールドワーク前の講義として、生徒にさまざまな事例を与えることができた。・学校の変容 学校全体の研究体制にSSH重点枠グループが発足した。このグループを中心に4つのステージの全面的な支援を受けることとなった。また、今年度から学校で情報助手が採用されたことが、自己成長ステージでのネット環境の整備に大きく貢献した。・教員の変容 SSH重点枠グループでは当初、ハード面の整備のみをお手伝いいただいた。しかし、ステージが進むにつれて、授業の内容やフィールドワークでの警備などのソフト面においても的確なアドバイスがされるようになった。・大学の変容 2ndステージの最終日4日目には名古屋大学主催の日本数学コンクールの団体戦に参加をし、グループで問題に取り組んだ。このコンクールでは1日をかけていくつかの問題に挑戦することになっている。団体戦の参加によって、日本数学コンクールのレベルが格段に向上していることが、数学コンクール実行委員によって確認された。また、団体戦ではすべての学校が大賞、優秀賞、優良賞、奨励賞などを受賞し、参加校の実力が示された。・大学の資源の活用 自己成長ステージでのビデオチャットの題材は、名古屋大学が英語による授業のみで卒業できるプログラムG30プログラムがあり、発足当初に日本における高校3年生で学ぶ微積分を学んでいなかった学生に対する補充教材（コンテンツ）を利用する機会を得た。教材作成当初に附属学校教員がかかわったこともあり、コンテンツ制作者の石田教授から快諾いただき、使用した。生徒たちのコンテンツの利用の際にも石田教授や多元数理研究科の院生に参加いただき、英語での発表に対するアドバイスを行った。また、ビデオチャットを利用した数学英語の習得のため、本学情報基盤センターからのアドバイスをいただいた。・地域の協力と生徒の活動 2ndステージでは、商店街でフィールドワークを行うために、地域との協力が必要となる。商店街との協力については、日頃から部活動で地域とつながりがあるため、地元の城山商店街組合の理事長をお願いをし、快諾いただいた。また、商店街の理事長からフィールドワーク前に講義として、実施する地域の地理的、歴史的な講義を行った。4人の教員による評価は、1stステージでの教訓によって事前に観点を決めて評価をおこなったため、適切に評価することができた。 短い時間内にフィールドワークでみつけた数学の内容が記述できた。
② 研究開発の課題	<ul style="list-style-type: none">・研究開発の課題・0ステージ

公募問題づくりが大変むつかしい。公募問題については本校数学研究班（数学クラブ）が過去に研究した成果をアレンジして出題を行った。今回の問題の場合、正解者が多かったため、解答記述についてよりすぐれた効率のよい解答を吟味して候補を決定した。候補にならなかった学校に対してのフォローが今後の課題となる。（資料1 資料2 資料3 資料4）

・1stステージ

進出した学校はグループ全員での参加であった。グループの人数をしぼった代表者のみの参加のほうが参加校が増えて学校間交流が活発になったと思われる。（資料5）

このステージは4人の教員が「社会と数学」に関する講義をおこなった。各講義終了後短い時間で課題をこなすため、「統計と数学」「文学と数学」の講義は設定しづらいことがわかった。

・2ndステージ

設定した日時は酷暑の日が多く、外でのフィールドワークは時間を短縮して行った。フィールドワークの時間を短くし、その分ポスター発表を行う時間を短くすることで対応したい。

日本数学コンクールの日程等もふくめて調整する必要がある。（資料6）

・自己成長ステージ

ビデオチャットの準備のため、各学校に情報助手とともに機器の設置と説明をおこなった。

学校によってネット環境や映像環境（教室）などがずいぶん違うため、学校ごとの環境整備をおこなうことが必要であった。

ビデオチャットの整備をハード面（広角撮影、集音マイク）ソフト面（英和自演、科学英語の書き方のプレゼンテーション）の両面から支えた。

ビデオチャットでの数学英語の解説は、1学校ごとに行うため、どうしても聴くだけになってしまう。このため、レクチャーをしていない生徒に対するフォローが必要となる。課題の精選も必要となる。

・3rdステージ

に際しては米国の生徒とディスカッションをしながら生徒たちと作品をつくることになるため事前に夏休みにフィールドワークでおこなった内容を英語化することで準備をおこなう。3rdステージの実施時期に大学教員や大学院生が多忙となるため、英訳をチェックしていただける人的資源が不足する。現在は数学英語をしゃべる練習をおこなっているが、数学英語の記述の部分でもこれからの課題である。

平成31年度以降の研究計画

（3月に公募問題の検討会を実施）

- ・ 4月 0ステージ 公募問題の配布
- ・ 6月1日（土）2日（日） 1stステージ 実施
- ・ 8月初旬 2ndステージ 実施 日本数学コンクール団体戦 参加
- ・ 9月から2月 自己成長ステージ 実施
- ・ 3月 3rdステージ実施

それぞれのステージについて、教員、生徒からのアンケートを行う。

（文責 渡辺武志）

第7章 研究開発テーマ

研究開発テーマ「数学的思考力を基盤に多領域に応答する人材の育成」

0 ステージでは1stステージで行うLeading型、Top型科学技術人材の発掘する。公募問題を通じて行うため、4月上旬に全国のSSH校と愛知県内の公立高校に封書で送付した。全国から30校50団体、約200名近くの応募があった。7人の教員により解答の精読を行った。今回の公募問題で正解にたどり着いた団体は50団体中27団体であった。54%の正解率であった。解答内容を吟味し、1stステージ進出団体を決定した。深い思考力が必要な問題にもかかわらず、意欲があり、粘り強い思考力を持つ生徒の発掘につながった。

1stステージでは、Leading型、Top型科学技術人材を育成することが目標で、必要な資質・能力を判定するために実施した。4名の教員が2日間にかけて、2時間ずつ、レクチャーを行った。レクチャーに関する問題の採点はレクチャーの行った個々の教員により行われた。4人の教員の採点により、2ndステージ進出校を決定した。

2ndステージでは、Leading型科学技術人材の資質の育成のため、9団体が4日間をかけて数学の課題に取り組んだ。最初の3日間は商店街を利用して、数学の視点から調査（フィールドワーク）をおこなった。まとめた内容をポスター発表でおこない、4人の審査員が分析評価をおこなった。4人の教員の採点により3rdステージ校を決定した。

4日目は日本数学コンクール団体戦に参加をする。2ndステージに進出した団体が日本数学コンクールに参加し、コンクール実行委員会が評価をおこなった。

自己成長ステージでは3rdステージで、アメリカの高校生と現地でフィールドワークを行ったり、数学の発表を行う。内容が説明できるよう、英語で数学の授業を受講し英語力を向上させる。準備として数学英語に慣れるため2ndステージと3rdステージの間約半年間、8回行う。遠隔教育を利用してビデオチャットで4校一同に会しておこない、名古屋大学 G30 プログラムの教材を利用して、数学英語の習得の方法とビデオチャットの実用性を検証する。この教材を利用して本校に集まらないでビデオチャットを用いて数学英語に慣れていき、最終的には英語でグループワークができるようになることが目的である。

3rdステージでは自ら主体的に課題を発見し、新しい価値を明確なデータに基づいて創造することができ、将来世界の中で活躍することができるTop型科学技術人材を育成する。

海外の高校生と協同し、自分の持つ社会的背景とは異なる状況の下でも多くの情報を収集し、必要な情報を的確に処理する能力を育成する。また成果を英語で発表し、情報交換を行なうことで国際性を育成できることが目的である。

第8章 研究開発の経緯

3つのステージでは、人材の発掘に向けて選考を行う。それぞれのステージでの研究事項に合わせて、問題の設定方法、選抜方法、連絡方法について研究開発をおこなった。

0 ステージ

公募問題は取り組みやすい題材を選んだ。今回は分数を通じて団体でも取り組みやすく、かつ団体がアクティブラーニングが可能な問題を作成した。題材選びは相当なエネルギーが必要である。本校の数学クラブでの取り組みや、日本数学コンクールの問題を参考にした。選抜されなかった団体については、選抜方針と解答を送付した。(資料3)

1stステージ

Leading型、Top型科学技術人材を育成するために必要な資質・能力を判定するため、選抜された団体を一同に集合することで連帯感や意欲を高めて、複数の教員による講義だけでなく、レクチャー問題を団体もしくは個人で解答した。講義をした教員の採点による方法で選抜をおこなった。

2ndステージ

1stステージを通過した全国の高校生を対象に、事象を数学的に捉え汎用的な見方・考え方ができるようなLeading型人材の育成のため、1.商店街でのフィールドワーク (F.W) を通じて実践的に育成すること、2.日本数学コンクール団体戦に参加をすることで深めることとした。なお、選抜については、1.の取り組みをポスター発表を用いて4人の大学教員による評価を行うこととした。全員に1.で取り組んだポスター発表のコメントを参加校に送付した。

自己成長ステージ

このステージでは選抜は行わないが、4校がネット環境を利用したビデオチャットを利用することで数学英語になれるための練習をおこなった。大学教員やSSH校出身者の大学院生によるアドバイス (評価) から、発表やディスカッションの大切さを伝えることとした。

3rdステージ

このステージでは選抜は行わない。日本の学生の海外の発表では、発表は上手であるが質疑応答が苦手な傾向がある。このステージでは大きな大会場での発表ではなく、アメリカの高校生との交流や、現地でのフィールドワーク、教室などでの発表を通じて現地の学生、生徒との活発な交流をすることが目的となる。

第9章 研究開発の内容

(1) 0ステージ

a 仮説

1stステージで行うLeading型、Top型科学技術人材の発掘を公募問題から行う

b 研究内容

全国の高校生に、公募問題を送付する。応募した団体の数の調査と、公募問題の解答を複数の審査員によって分析する。1stステージへの進出校の基準を決定する。

①方法

4月上旬に全国のSSH校と愛知県内の公立高校に封書で送付した。

応募資格は、1stステージから本校などで実施すること、2ndステージでは日本数学コンクール・団体戦に出場すること、3rdステージは3月初旬に行われることを考慮した。

次のステージへの進出は選抜となるため、問題を提示しその内容について審査をおこなった。

1stステージの公募問題は、やさしい題材からチームで深く探究できる問題を提示した。

審査は、複数の高校教員、大学教員による解答の分析を行った。分析方法は全ての学校の解答を審査し、全員での協議の結果、1stステージの進出校を決定した。

②手段

応募資格は次のようであった。

◎高校1年生、2年生で1校3～4名を1グループとします。(引率教員1名が必要です)

◎2ndステージに進出した場合は微積分を利用することがあります。

◎3rdステージに進出した場合は英語が得意であることが望ましい。また微積分を利用することがあります。

※貴校から本校までの交通費と宿泊費は本校SSH(重点枠)より負担いたします。

(1stステージにおいては、近隣の方は日帰りとなるため交通費のみ本校負担となります)

公募問題は次の問題を出題した。

公募問題『すごい分数』

$$1/4 \times 8/5 = 18/45 (=2/5)$$

は約分すると2/5となりますが、18/45としても答えが同じ2/5となります。

このように、a, b, c, dが1ケタの自然数のとき、

$$b/a \times d/c = (10b+d) / (10a+c)$$

を満たす分数(a, b, c, d)の組は $9 \times 9 \times 9 \times 9 = 6561$ 通りの候補があります。

この候補から証明を利用して、どれだけ候補を減らせるか可能なかぎり挑戦し、その過程や成果をかきましよう。また、これを満たす組はいくつあるか予想してください。

・各学校で3人もしくは4人1組のチームを作り、0ステージの課題を探究した。

③検証

重点枠で出された公募問題の採点をおこなった。

審査員は、

名古屋大学多元数理科学研究科	教授
愛知県立高等学校	教諭
愛知県立高等学校	教諭
愛知県立高等学校	教諭
三重県立高等学校	教諭
東京大学大学院数理科学研究科	院生
名古屋大学教育学部附属中・高等学校	教諭

であった。

審査方法：公募問題について

⑦ 7人の審査員で、すべての学校の解答を確認する。

① 問題の答えがあっているかあっていないかで 選抜

② 問題の答えにいたる証明方法の荒さで 選抜

③ 問題の答えにいたる証明方法のオリジナル性で 選抜

15グループを選抜した。

全員でどの解答も一所懸命取り組んでおり、読み応えがあるものばかりであった。

審査にあたって、公募問題の正解（95通り）までたどりついた団体は27団体あった。

1stステージの進出は限りがあるため、審査員7人でさらに精読した。しほりこみにさいしては、計算機を利用して先に答えを出していた学校も多くあった。特に審査方法②③については、解答例の3にある2と5の素因数による場合分けや、解答例の2にある不等式の評価に気がついて、少しでも少ない場合分けを行っている解答を1stステージへの条件として、審査した。

審査後、審査で選出された学校はすみやかに連絡し、交通機関の手配を行った。また、審査で選出されなかった学校へは、解答と選出方法、基準等をお知らせした。

(2) 1stステージ

a 仮説

Leading型、Top型科学技術人材を育成するために必要な資質・能力を判定するために実施する。選考に通過した生徒には、2nd・3rdステージ参加への意欲と更なる学びへの意識づけを行なうことが期待される。

b 研究内容

1stステージに進出した学校が、名古屋大学教育学部附属高等学校に集合する。2日間にかけて4名の教員がそれぞれの観点からレクチャーを行う。レクチャーの課題をグループごとや個人で解くことにより、生徒の取り組みの様子をそれぞれの教員が検討し、数値化する。2ndステージに進出する団体を決定する。

①方法

1stステージは18団体が進出した。

6月2日（土）から6月3日（日）にかけて67名の生徒が集合した。

4名の教員が2日間にかけて、2時間ずつ、レクチャーを行った。レクチャーに関する問題の採点はレクチャーの行った個々の教員により行われた。4人の教員の採点により、2ndステージ進出校を決定する。

②手段

4人の教員による、レクチャーが行われた。また、この4人により採点が行われた。

名古屋大学情報学研究科教授（講義 及び 選考）

名古屋大学情報学研究科教授（講義 及び 選考）

中部大学現代教育学部教授（講義 及び 選考）

三重県立高等学校教諭（講義 及び 選考）

1stステージの日程

催事進行表

第4版

29-May-18

交流ホール		備考	タイトル	名大附属学校 SSH 重点枠 1stステージ			
事前準備	講義資料準備 名札・名簿など準備			主催	名古屋大学教育学部附属中・高等学校		
2日(土)			日時	2018年6月2日(土) 13:00 ~ 2018年6月3日(日) 14:00			
11:30	会場準備		来場者数	100名程度見込み(18チーム)			
12:30	受付準備、モニター配置、講師接待	講師 来校 控室(校長室)	担当	全体総括 :			
13:00	受付開始	正面玄関		司会 :			
	この間 アンケート実施			講義準備等:(レジメ、講義機材)			
13:30	挨拶・日程紹介		担当教員	6月2日(土)			
13:35	レクチャー① 開始			6月3日(日)			
15:05	レクチャー① の課題			1日目受付:			
15:35	レクチャー① 終了		教員控室	図書館(各学校引率教員)			
	休憩	採点(第一会議室)	授業者				
15:50	レクチャー② 開始		レクチャー①	中部大学現代教育学部教授			
17:20	レクチャー① の課題		レクチャー①	名古屋大学 情報学研究科教授			
17:50	レクチャー① 終了		レクチャー①	名古屋大学 情報学研究科教授			
	第1日目 終了	採点(第一会議室)	レクチャー①	三重県立高等学校教諭			
	宿泊、および 帰宅						
3日(日)							
8:15	受付開始						
8:30	レクチャー③ 開始			(交流ホール 配置図)			
10:00	レクチャー③ の課題						
10:30	レクチャー③ 終了	採点(第一会議室)					
	休憩						
10:50	レクチャー④ 開始						
12:20	レクチャー④ の課題						
12:50	レクチャー④ 終了	採点(第一会議室)					
13:00	第2日目終了						
	解散・片付け						
備考			名大附	名大附	名大附	引率教員	
			引率教員	引率教員	引率教員	引率教員	

一同に同じ部屋にあつまる。それぞれ学校（グループ）ごとに集まって、1日目は午後から2名の先生が、2日目は午前中に2名の先生がそれぞれ2時間ずつレクチャーを行った。グループごとにはグループ名を付けた。4人の教員は最初の1時間30分で授業内容が展開される。残りの30分前後で、グループごと、または個人でレクチャーに関する問題に取り組んだ。

③検証

4人の教員が作成したレクチャーに関する問題をもとに検証をおこなった。

採点にあたっては、100点満点として、4人の教員が25点ずつの持ち点で採点をおこなった。採点にあたっては、4人の教員から採点方法に関してグループで問題に取り組んで採点を行う方法と個人で問題に取り組んで採点する方法の2種類でおこなわれた。

個人の採点を希望した教員は、グループ内においての個人の資質の判定を行うことも大切であるとの判断からであった。個人で採点をおこなった教員は個々の成績をグループごとに得点化して算出した。

得点の上位から2ndステージの進出団体を決定した。

(3) 2ndステージ

a 仮説

1stステージを通過した全国の高校生を対象に、事象を数学的に捉え汎用的な見方・考え方をFWを通して実践的に育成する。また、情報収集や調査で得た多くの情報を分析し、エビデンスに基いた発表力を育成する。

多くの情報を集め、集めた情報から自分が必要とする情報を引き出し処理する能力を育成できる。また実際に人々が生活する商店街を拠点にFWを行うため、数学が実生活とどのように関わっているのかを体感する。併せて地元商店街の活性化につなげる。学校での学問が社会とどのようにつながるかを理解するだけでなく、実社会にどのような影響を与えることができるかを理解できる。このことで、参加生徒が将来、日本社会を牽引するLeading型科学技術人材へと成長できることが期待される。

B 研究内容

2ndステージに進出した学校が一同に集合し4日間をかけて数学の課題に取り組む。最初の3日間は商店街を利用して、数学の視点から調査（フィールドワーク）をおこなう。フィールドワークで学んだことを模造紙にまとめる。まとめた内容をポスター発表でおこない、4人の審査員が分析評価をおこなう。4人の教員の採点により3rdステージ校を決定する。

4日目は日本数学コンクール団体戦に参加をする。2ndステージに進出した団体が日本数学コンクールに参加し、コンクール実行委員会が評価を行う。

①方法

2ndステージに進出した学校、9校が一同にする。1日目は商店街について、数学の視点からの調査例をレクチャーする。

2日目、3日目の午前中まで団体ごとに、現地におもむきフィールドワークを行う。

調査した内容を模造紙にまとめ、3日目の午後に4人の審査員に対して、ポスター発表を行う。

4日目は日本数学コンクール団体戦に参加をする。

②手段

3日間の日程は以下による。

日時	午前の予定	午後の予定	
8月2日(木) 全員宿泊 生徒33名 宿泊引率9名(内、名大附属3名)		13:00;受付開始 交流ホール 13:30;挨拶 日程説明 13:40-15:40;講義 16:00- 17:00;城山商店街代表理事 講義 17:00;商店街へ移動 17:00- 19:00;商店街下見 19:00;ホテルへ移動 19:00- 20:00;各自夕食 20:00- 21:00;商店街情報共有&ミーティング	※全員宿泊 ※覚王山地区城山商店街振興組合代表 高木理事による講義 ※ミーティングはホテル内食堂(朝食時間以外はフリーで使用可)
8月3日(金) 全員宿泊 生徒33名 宿泊引率9名(内、名大附属3名) FW引率名大附教諭9名TA2名	ホテル朝食 9:00;集合(覚王山日泰寺) 午前;FW 調査 昼食各グループ	FW 調査 17:30- 18:30;各自夕食 16:30- 19:45;会議室にて調査まとめ 19:45;集合 ホテルへ移動、ミーティング 20:00- 22:00;ミーティング & FW整理	※全員宿泊、 ※FW行動範囲は池下⇄本山の間とする。 ※暑さ対策必要。水分補給等、各自体調管理を心掛けること。 ※FW本部: 揚輝荘集会室 9:30- 19:45(教護所を兼ねる。) FW生徒作業室: 揚輝荘多目的室 16:30- 19:45 ※ミーティングはホテル内食堂を会議室として使用。
8月4日(土) 遠方学生宿泊 生徒8、引率2 柳宅 生徒25、引率4 FW引率、名大附教諭4名TA2名	ホテル朝食 8:30;集合(ホテル) 午前;研究のまとめ (覚王山および附属高校交流ホール) 13:00;各自移動・昼食	13:50;交流ホール集合 14:00-17:00;ポスター発表(講師4名助言・指導・審査) 17:00-17:20;総評・解散	※午前中、FWの最終確認、まとめを行う。 ※各校発表持ち時間は15分とする。
8月5日(日)	宿泊者はホテルにて朝食 9:30;日本数学コンクール ※会場に直接集合	18:00;終了後、そのまま開散	

2ndステージは4日間かけておこなわれた。

課題は

「8月2日から(8月3日午前)にかけて、名古屋市千種区にある覚王山を中心としたエリアで数学の視点から商店街や建物を観察する。(フィールドワーク)。数学の視点からまとめる。新しい発見があった場合はその視点からもまとめる。8月4日(土)午後に審査員の先生の前で発表を行う。」であった。

1日目は2日目、3日目に名古屋市千種区覚王山付近でおこなわれるフィールドワークでは、どのような視点でまとめればよいかわからないため、具体例を名古屋大学教育学部附属中・高等学校教諭が行った。

題材は、社会とのつながりについて、数学を利用して調べたレポートについてのレクチャーであった。その後、城山商店街振興会代表による商店街にかんする説明が行われた。内容は、名古屋市の地形図を基に、商店街ができた歴史的経緯や、覚王山付近の発展についてのレクチャーであった。

2日目、3日目は各学校がフィールドワークに挑んだ。すべてのグループがテーマを決定し、無事にフィールドワークを終了し、模造紙にまとめて、発表をおこなった。

最終日には名古屋大学主催の日本数学コンクールの団体戦に参加をし、1日かけてグループで問題に取り組んだ。

③検証

ポスター発表の評価、検証については4名の大学教員

名古屋大学多元数理科学研究科 教授

名古屋大学多元数理科学研究科 准教授

中部大学 現代教育学部 教授

静岡大学 理学部 講師

により、3日間で作成されたポスター発表で評価をおこなった。

評価方法は4名の教員で持ち点100点として3つの観点で採点をお願いした。

当日の評価は3名でおこなわれ、75点満点として採点をおこない、1名が全体講評をおこなった。

評価については、

- ・着眼点について（数理モデルの題材の深さ）
- ・数学的にすぐれたものであるか（数理モデルの取り扱いを数学的にどれだけ深められたか）
- ・地域性について（題材がどれだけFWでの観察に基づくか）

点数の上位順から3rdステージの進出団体を決定した。

（4）自己成長ステージ

a 仮説

3rdステージに向けて、英語で数学の授業を受講し英語力を向上させる。

英語での数学的専門用語の修得。また今後の教育で期待されている遠隔教育に対する実践例の提供。個人のライフスタイルにあわせた新しい教育の試行が期待される。

b 研究内容

このステージでは、3rdステージで、アメリカの高校生と現地でフィールドワークを行ったり、数学の発表を行う。内容が説明できるよう、準備として数学英語に慣れるため2ndステージと3rdステージの間約半年間8回行う。ビデオチャットで4校一同に会しておこない、名古屋大学 G30 プログラムの教材を利用して、数学英語の習得の方法とビデオチャットの実用性を検証する。この教材を利用して本校に集まらないでビデオチャット（例Google ハングアウト等）を用いて数学英語に慣れていき、最終的には英語でグループワークができるようになることが目的である。

①方法

3rdステージ進出校 4校

筑波大学附属駒場高等学校 東海学園東海高等学校

愛知県立一宮高等学校 名古屋大学教育学部附属高校

で遠隔授業を行うため、8回分のビデオチャットができる日程を調整する。

8回のビデオチャットでは、名古屋大学 G30 プログラム（名古屋大学を英語による講義のみで卒業できるプログラム）のLecture Videos Pre-college Mathematics *Optional subject（ビデオ 講義ノート付き）を用いて、数学英語の習得をはかる。また、夏休みに行ったレポートをまとめ、現地で議論をする材料とする準備を行う。

②手段

ビデオチャットの目的は、3rdステージでは、アメリカで現地の高校生と数学を用いて交流を行う。しかし、現地の高校生と数学を通じた交流を行うためには、通常の会話だけでなく英語での数学的専門用語を使って会話をする。つまり数式を用いたコミュニケーションの練習が必要となる。日常会話は高校英語の習得が必須となるが、数学英語については慣れる必要がある。その練習と進出した学校との交流をはかるため、自己成長ステージが位置づけられている。

翌年の3月に数学を通じた交流をおこなうために、アメリカに向かうまでの半年間は“自己成長ステージ”として4校で以下の目的で協同活動を行う。

1. 目的 自己成長ステージで英語の数学的専門用語の習得する。
2. 方法 英語での数学的専門用語の習得は名古屋大学 G30 プログラム（名古屋大学を英語による講義のみで卒業できるプログラム）のLecture Videos Pre-college Mathematics *Optional subject（ビデオ 講義ノート付き）

http://ocw.nagoya-u.jp/index.php?lang=en&mode=c&id=516&page_type=indexを用いる。この教材は海外の留学生で数学Ⅲ等の授業が未履修である学生に対する

補充教材である。

(1) 9月から10月初旬

日程を調整する。

SSH重点枠担当教員と本校情報・理科助手が、ビデオチャットを利用するためのPCの貸与設定、使用方法の説明会を行う。そのため、事前に各学校を訪問する。

(2) 10月中旬から3月

1ヶ月に2度の割合で4校（担当は2校）がビデオチャットを通じて16時から17時30分まで協同学習を行う。発表校は毎回2校行う。

・個々の学校での事前準備

① Lecture Videos (Pre-college Mathematics *Optional subject) を教材として、ダウンロード可能なテキストを用いて授業内容を動画で学ぶ。

テキストはこちらで選択し、学習期日を伝える。

①-1 動画は名古屋大学映像サーバーシステムを利用する。

①-2 まずは個々の学校で生徒は動画を見て、お互いに

I 英語で話された内容を理解する。 II 最初は日本語で双方向で解説する。

III 英語で解説する。

ことをグループ同士で行う。

・レクチャーの内容

② Google Documentやビデオチャットを利用して各学校をリアルタイムでつなぐ。お互いに講義の内容を見せ合い評価し、参加者同士の議論を活発化させる。(最初は日本語 理想は英語)

I 英語で話された内容を理解する。 II 最初は日本語で双方向で解説する。

III 英語で解説する。 IV 大学院生や教員などからのアドバイを受ける。

4校のうち2校を発表校とし、残りの2校はコメント等を行う。

(行事の日程等で4校が必ずしもそろわない可能性が高いので柔軟に対応する)

IVの大学院生と教員は名古屋大学G30プログラム教授と名古屋大学多元数理科学研究科院生が担当している。(第5回から)

③ 補足事項の発信を行う。

④ ②の様子を動画でキャプチャーしYoutubeでアップロードして互いに共有する)

③検証

・数学英語での発表について

名古屋大学教育学部附属高等学校を拠点校として、司会進行をおこなった。

Lecture Videos のテキストを中心に数学英語を話すことを練習した。はじめは数学英語に話すことに時間がかかっていたが、普段から変数は英語で使用するため、指数や数値などの数学英語の特徴に慣れてゆき、テキストを用いて説明することができるようになってきた。第4回からは感想を英語で話してもらうこととなった。自分の考えを英語で話すことは慣れないようであったが、繰り返すことですこしづつ、慣れてきている。

第5回からはLecture Videosの制作者でもある、名古屋大学G30プログラム 教授と名古屋大学多元数理科学研究科院生も参加し、各校の数学英語での解説からアドバイスをいただいた。アドバイスでは、教材を見ながらだけの解説ではなく、事前にしっかり内容を覚えて話すことが、科学英語の早い習得に繋がることを4校に伝えていた。

また、現地ではアメリカの高校生とフィールドワークを行い、数学のレポートを一緒に作成するが、日程が短いため、夏休みに作成したフィールドワークのレポートを英語に直して現地で交流をするための資料とする。それに際してもお二人から夏休みのレポートのチェックを受けている。

・ネットワーク環境の整備について

4校にビデオチャットを可能にするため、PCの貸与と設定、および、ビデオチャットが可能かどうかの検証を直接それぞれの学校で確認を行った。4校中3校はネットワーク環境がwifi等も使用できる環境であった。1校はwifi環境が整備されていないことと、貸与されたPCに対して、情報ネットワークへの登録が必要であったため、高校を通じて協力をお願いした。

(5) 3rdステージ

a 仮説

自ら主体的に課題を発見し、新しい価値を明確なデータに基づいて創造することができ、将来世界の中で活躍することができるTop型科学技術人材を育成する。

海外の高校生と協同し、自分の持つ社会的背景とは異なる状況の下でも多くの情報を収集し、必要な情報を的確に処理する能力を育成することができる。また成果を英語で発表し、情報交換を行なうことで国際性を育成できることが期待される。

b 研究内容

このステージでは選抜は行わない。日本の学生の海外の発表では、発表は上手であるが質疑応答が苦手な傾向がある。このステージでは大きな大会場での発表ではなく、アメリカの高校生との交流や、現地でのフィールドワーク、教室などでの発表を通じて現地の学生、生徒との活発な交流をすることで、質疑応答等のちからの向上を調査することが目的である。

①方法

3rdステージに進出した学校がアメリカ、ノースカロライナに渡米し、7日間（現地で4日間）かけて数学の課題に取り組む。1日目、現地の高校生と交流をはかりながら数学の視点から調査（フィールドワーク）をおこなう。2日目は現地の高校生とともにデータ分析、発表準備を行う。フィールドワークで学んだことを現地の高校生とまとめる。3日目はまとめた内容をポスター発表等をNorth Carolina State Universityでおこない、現地の生徒や学生とのディスカッションを通じてTop型科学人材を育成するための能力向上をはかる。

②手段

全日程は次である。

VISITING NCSSM Schedule

March 2nd (Sat)

- 10:50 Narita International Airport Departure
- 12:10 O'Hare International Airport Departure
- 15:03 Raleigh-Durham International Airport Arrival
- 16:30 HOTEL Arrival Hampton Inn&Suites Durharm by chartered bus

3th (Sun)

- 8:30 Hotel Departure by NCSSM school bus
- 9:00 Meet NCSSM students at NCSSM entrance
- Explanation of the Fieldwork
- 10:00 Research project (Fieldwork)
- Walk around and collect the material of the projects
- Lunch
- Fieldwork or Analyze the material

- 17:00 Meet at the NCSSM entrance and leave for the Hotel by school bus
- 4th (Mon)
- 8:30 Hotel Departure by NCSSM school bus
- 9:00 Meet NCCSM students at NCSSM, analyze the material and make posters for presentation together when NCCSM students have Lunch
- PM If finishing making posters, Japanese students attend the math class of NSCCM.
- 17:00 Meet at the NCSSM entrance and leave for the Hotel by school bus
- 5th (Tue)
- 8:30 Hotel Departure by NCSSM school bus
- 9:00 Can Japanese students make their poster presentation somewhere in NCSSM. NCSSM students do the poster presentation together.
Lunch
- 13:00 Leave for NC State University by a chartered bus (only Japanese students)
- 14:00 Rehearsal the poster presentation at Atrium/Hall, Talley Student Union, NC State University
- 15:00 Poster presentation
- 18:30 Leave for the Hotel by school a chartered bus
- 6th (Wed)
- 4:00 Leave for the RDU by a chartered bus
- 7:25 Raleigh-Durham International Airport Departure
- 11:40 Dallas/Fort Worth International Airport
- 7th (Thu)
- 16:25 Narita International Airport Arrival

Durham Downtown

Duke大学がある米国ノースカロライナ州ダーラムを拠点に、建物や道路、街路樹等を観察し、事象を数量や図形およびそれらの関係などに着目してとらえ、そこから数学の問題を見出し、統計、数式等を活用して数学的に事象を分析してまとめる。加えて、現地の米国人へのインタビューを行いながら、日本で行った2ndステージでの調査結果と比較し、米国と日本の街づくりの構造等と比較するための材料を収集する。

North Carolina School of Science and Mathematics

Durham DowntownのFWを通して収集した調査内容を、North Carolina School of Science and Mathematics (NCSSM) の生徒と一緒に分析し、レポートにまとめる。その分析結果をNCSSMの生徒や教員等に発表し、意見交換を英語でインタラクティブに実施する。その後、NCSSMの教員から発表内容や発表方法に関してのフィードバックをもらう。

North Carolina State University

名古屋大学の北米事務所であるNU-TECHと協力し、名古屋大学と学術交流を行っている数学教育（研究）で有名なNorth Carolina State Universityで、数学科、統計学科等の大学生を対象として、現地でNCSSMの生徒と分析しまとめた内容に関してプレゼンテーションを行う。また、その内容に関して、米国の大学教員から発表内容や発表方法に関してのフィードバックをもらう。

③検証

この実施報告書の作成時点では渡米していないため、記述は省略する。

第10章 実施の効果とその評価

0ステージ

今回の公募問題で正解にたどり着いた団体は50団体中27団体であった。54%の正解率であった。また、SSH生徒研究発表会では数学の発表の割合が少ない。しかし、今回の公募問題の提出高校は多くの数学の大会等で初見となる数学の課題を提出した学校も多く（資料参照）、数学による課題探究で、興味ある生徒が潜在的に多いことが確認された。

1stステージ

教員がレクチャーを行って、初めて学ぶ知識を共有してから団体、もしくは個人で1つの問題に取り組むことは、概念的理解を深めるための、協同探究の方法を学ぶことにつながった。また、教員による採点が2ndステージの進出を決定するため、生徒たちの探究する力のモチベーションを維持することにつながった。

2ndステージ

・フィールドワークの効果

数学の視点からを行うことは参加団体は初めての経験であったが、参加者は丁寧に取り組みそれぞれ次のような内容を調べた。審査員からはどの発表内容も丁寧に分析された内容であることが確認できた。

(各学校のタイトル)

- チーム1 ストレスフリーな覚王山の回り方
- チーム2 木を増やし、気をよくする
- チーム3 人を惹きつける看板
- チーム4 街の発展のモデル化
- チーム5 「詰めていく」ということ
- チーム6 鏡の奥へ
- チーム7 Nagoya Parking Problem
- チーム8 かげおくり
- チーム9 各物質の気温上昇に関する熱量的考察

・日本数学コンクールについて

日本数学コンクールは毎年、8月に行われている名古屋大学主催の大会である。

このコンクールは中学生の大会と高校生の大会の2種類あり、それぞれには個人戦と団体戦の2種類がある。重点枠では2ndステージの進出団体に団体戦で出場をお願いし1日をかけて問題に取り組んだ。

団体戦ではすべての学校が大賞、優秀賞、優良賞、奨励賞などを受賞し、一般の受験者が多数参加した中で参加校の実力を確認することができた。

自己成長ステージ

数学英語での発表についてビデオチャットを通じてコミュニケーションが予想以上に、取れていることがわかった。また、数学英語は使用する数式が英語であることが多いため、比較的英語に慣れやすい教材であることが確認できた。レクチャービデオの教材の解説では、大学教員や院生等のアドバイスもあり、モチベーションを高めることができた。

ネットワーク環境の利用については、高校生はビデオチャットで必要なソフト等の使用を容易に利用していた。

3rdステージ

この報告書作成時点では、まだ渡米をしていないため、課題は省略する。

第11章 研究開発実施上の課題および 今後の研究開発の方向・成果の普及

0ステージ

公募問題の正解までたどり着いた中で、選抜で1stステージに進出できなかった、意欲ある生徒たちに対しての結果への連絡方法が重要であり、1stステージに進出できなかった学校には、(資料)のような選抜の経緯をお送りして対応した。

意欲ある学校では、最大7グループの応募があった。

同じ学校が次年度も応募する可能性がある。

今回は、公募問題等で問題解答後の感想なども記述をお願いし、分析に努めたい。

1stステージ

採点にあたっては、当初はすべてグループごとでの採点を予定していた。しかし、一部の教員から採点方法に関して、団体の中にも力の濃淡があるのではないかという意見があった。そこで、今回はグループで問題に取り組んで採点を行う方法と個人で問題に取り組んで採点する方法に別れた。今回は団体での採点と個人での採点の2グループになった。

採点にあたっては4人の教員の採点の平均点にばらつきがみられた。

2ndステージ

8月は酷暑であり、フィールドワークをおこなうには、厳しい環境であった。このため、フィールドワークを急遽午前中のみにして暑さ対策に考慮した。気温が40度まであがった日もあり外出は午前中までとした。

日本数学コンクールは日程の都合で最終日であった。コンパクトな日程であったため、生徒にとってハードなスケジュールとなってしまった。

次年度はコンクールを初日に持ってくる、もしくは、最終日となった場合はフィールドワークの日程を短くすることで改善をはかる。

自己成長ステージ

数学英語での発表については、レクチャービデオの教材の解説では、回数が増えると慣れてくることもあり、事前の準備が各校とも不足しているようであった。ネットワーク環境の整備については各学校への訪問時、教室のネットワーク環境に違いがあるため、調整する必要があることがわかった。

3rdステージの課題

この報告書作成時点では、まだ渡米をしていないため、今後の検討課題である。

(文責 渡辺武志)

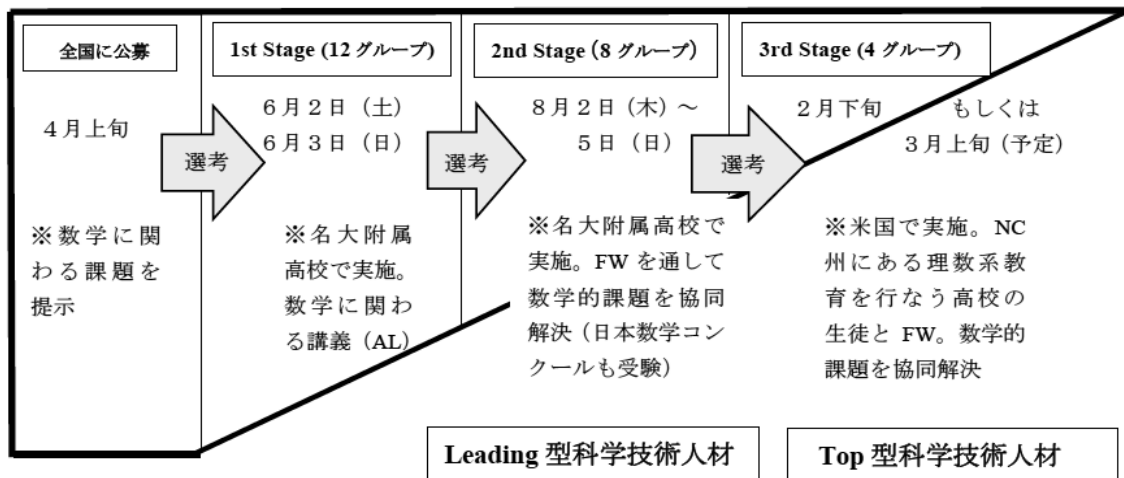
アメリカで数学をしませんか

2018年度 名古屋大学教育学部附属中・高等学校 SSH（重点枠）企画 募集要項

◎ 名古屋大学教育学部附属中・高等学校では SSH（重点枠）企画を今年度から実施します。

名古屋大学教育学部附属中・高等学校では SSH（重点枠）企画において「数学的思考力を基盤に多領域に応答する人材」を育成することを目的に、下の図のような3つのステージからなる人材育成を目指します。

【重点枠の流れ】



それぞれのステージでは選考が行われ、3rdステージでは4グループがアメリカで数学の課題に取り組みます。

1stステージでは、大学教員などによる講義が行われます。その講義内容に関して課題が出されます。

2ndステージでは、商店街でフィールドワークを行い、課題に取り組みます。日本数学コンクールの受験もします。

3rdステージでは、2つのステージで培った力を用いて、現地の高校生と協同でプログラムを実施します。3rdステージの事前準備として、名古屋大学 G30 プログラムで実施されている数学の授業をインターネットで受講し、英語による数学的コミュニケーション能力を高めます。

どのステージでも全国からたくさんの仲間が集い、充実した、たのしい時間を過ごすことができます。

これを読んでいる生徒のみなさん、先生方、応募してみませんか！

応募資格

- ◎ 高校1年生、2年生で1校3～4名を1グループとします。(引率教員1名が必要です)
- ◎ 2ndステージに進出した場合は微積分を利用することがあります。
- ◎ 3rdステージに進出した場合は英語が得意であることが望ましい。また微積分を利用することがあります。

※ 貴校から本校までの交通費と宿泊費は本校 SSH（重点枠）より負担いたします。

(1stステージにおいては、近隣の方は日帰りとなるため交通費のみ本校負担となります)

公募問題『すごい分数』

$$\frac{1}{4} \times \frac{8}{5} = \frac{18}{45} \left(= \frac{2}{5} \right)$$

は約分すると $\frac{2}{5}$ となりますが、 $\frac{18}{45}$ としても答えが同じ $\frac{2}{5}$ となります。

このように、 a, b, c, d が 1 ケタの自然数のとき、

$$\frac{b}{a} \times \frac{d}{c} = \frac{10b+d}{10a+c}$$

を満たす分数（または (a, b, c, d) ）の組は $9 \times 9 \times 9 \times 9 = 6561$ 通りの候補があります。

この候補から証明を利用して、どれだけ候補を減らせるか可能なかぎり挑戦し、その過程や成果をかきましよう。また、これを満たす組はいくつあるか予想してください。

応募方法

- ◎ 応募用紙に必要事項を明記し、「公募問題」の解答用紙を同封して下記送付先まで郵送してください。郵送以外の方法は受け付けません。
- ◎ 解答用紙は A4 版たて置き、横書きとします。ワープロソフト等を利用してもかまいません。
1 枚目には学校名、チーム名、応募者の氏名（全員）、引率（担当）の先生のお名前を書いてください。
数式は文章と行を改めてかいてください。必要に応じて図をいれてもかまいません。複数枚に至るときは、解答用紙 2 枚目をコピーして同封ください。ホチキス止め、穴あけ、インデックス添付等はしないでください。
ご応募いただいた解答用紙はご返却できません。
- ◎ 本校ホームページ <http://highschl.educa.nagoya-u.ac.jp/> より、応募用紙、解答用紙をダウンロードすることができます。
- ◎ 締め切り **平成 30 年 5 月 11 日（金）必着**
- ◎ SSH（重点枠）企画問合せ先
名古屋大学教育学部附属中・高等学校 SSH（重点枠）担当者
- ◎ 応募用紙送付先・公募問題についての問い合わせ先
〒464-8601 名古屋市千種区不老町 名古屋大学教育学部附属中・高等学校 SSH 担当者
- ◎ 1st ステージ進出の発表
平成 30 年 5 月中旬に審査をし、5 月 21 日（月）頃に結果を学校へご連絡いたします。

資料2

整理番号	都道府県	学校名	チーム名	解答	解説力(1低い→5高い)					1st stage 採用	保留	不採用	優秀ポイント等コメント
					正解	95	1	2	3				
1	北海道			1	589								
2	北海道			2	81								
3	栃木県			3	95					△			
4	千葉県			4	95					△			
5	東京都			5	95					○			
6	東京都			6	95					○			
7	富山県			7	93								
8	石川県			8	2468								
9	石川県			9	2201								
10	山梨県			10	95					△			
11	岐阜県			11	95								
12	岐阜県			12	95								
13	岐阜県			13	95					△			
14	岐阜県			14	93								
15	岐阜県			15									
16	愛知県			16	91								
17	愛知県			17	95					△			
18	愛知県			18	95								
19	愛知県			19	95					△			
20	愛知県			20	95					△			
21	愛知県			21	93								
22	愛知県			22	95								
23	愛知県			23	95								
24	愛知県			24	95								
25	愛知県			25	95					△			
26	愛知県			26	95								
27	愛知県			27	95					△			
28	愛知県			28	95								
29	愛知県			29									
30	愛知県			30	2238								
31	愛知県			31	83								
32	愛知県			32	1555								
33	愛知県			33	84								
34	愛知県			34	95								
35	愛知県			35	95					○			
36	愛知県			36	95					○			
37	愛知県			37	95								
38	愛知県			38	109								
39	三重県			39	91								
40	三重県			40	95					○			
41	三重県			41	95					○			
42	兵庫県			42	95								
43	兵庫県			43	97								
44	奈良県			44	924								
45	熊本県			45	95								

2018/05/22

公募問題 解答例の送付

2018年度 名古屋大学教育学部附属中・高等学校のSSH（重点枠）では、ご応募を頂き、感謝申し上げます。特に、連休中にもかかわらず、全力で解答いただいた生徒のみなさま、書類等のとりまとめをいただいた担当教員のみなさまには深く御礼申し上げます。

今回、全国から30校、50団体（200名近く）の応募がございました。解答を7人の審査員で、すべての学校の解答を読ませていただきました。どの解答も一所懸命取り組んでおり、読み応えがあるものばかりでした。

解答例を同封いたしました。ご査収下さい。

審査にあたって、公募問題の正解（95通り）までたどりついた団体は27団体ございました。

1stステージの進出は限りがあるため、審査員7人でさらに精読いたしました。しぼりこみにさいしては、場合分けから出発しますが、条件式から、解答例の3にある2と5の素因数による場合分けや、解答例の2にある不等式の評価に気がついて、少しでも少ない場合分けを行っている解答を1stステージへの条件として、審査いたしました。

95通りの解答を送付いただいたにもかかわらず、1stステージに進めなかったみなさまに際してはまことにあいすみませんでした。

今回の問題がみなさまにとって、数学の興味をかきたてることができましたら、幸いです。

このような問題以外にもやさしい分数の問題をつくることができますので、ぜひ、チャレンジいただければと考えます。また、よい成果がありましたら、応募していただいたみなさまと共有できればと考えております。

生徒のみなさま、担当教員のみなさまの今後のご発展をお祈りいたします。

【この件に関する問い合わせ先】

名古屋大学教育学部附属中・高等学校

〒464-8601 名古屋市千種区不老町（名古屋大学教育学部附属中・高等学校）

SSH（重点枠）数学科担当

TEL 052-789-2680 FAX 052-789-2696

すごい分数の解答例

1 問題の内容と基本的性質

問題は以下の通りである:

問題 1.1 $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ について, $1 \leq a, b, c, d \leq 9$ とする. このとき,

$$\frac{b}{a} \cdot \frac{d}{c} = \frac{10b+d}{10a+c}. \quad (1)$$

を満たすものは何通りあるか.

以下, 問題 1.1 について考察していく.

補題 1.2 以下は同値である:

- (1) が成り立つ.
- 次の等式が成り立つ:

$$\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{10}{c} - \frac{10}{d}. \quad (2)$$

- 次の等式が成り立つ:

$$bd(10a+c) = ac(10b+d). \quad (3)$$

- 次の等式が成り立つ:

$$cd(a-b) = 10ab(d-c). \quad (4)$$

証明 式変形により直ちに従う. ■

命題 1.3 (1) が成り立つとき, $a = b$ (resp. $a > b$) であるためには $c = d$ (resp. $c < d$) であることが必要十分である.

証明 必要性のみ示す (十分性も同様に証明できる). $a \geq b$ とすると, (2) より

$$0 \leq \frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{10}{c} - \frac{10}{d}.$$

となるから, 求める結果を得る. ■

問題 1.1 の答えは次の通りである:

定理 1.4 a, b, c, d において (1) を満たすものは次の場合に限る:

(i) $a = b$ かつ $c = d$, すなわち

$$\frac{a}{a} \cdot \frac{c}{c} = \frac{10a + c}{10a + c}.$$

(ii) $a > b$ のとき,

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{4} = \frac{15}{24}, \frac{1}{4} \cdot \frac{8}{5} = \frac{18}{45}, \frac{1}{6} \cdot \frac{4}{3} = \frac{14}{63}, \frac{1}{6} \cdot \frac{6}{4} = \frac{16}{64}, \frac{1}{9} \cdot \frac{9}{5} = \frac{19}{95}, \frac{2}{6} \cdot \frac{6}{5} = \frac{26}{65}, \frac{4}{9} \cdot \frac{9}{8} = \frac{49}{98}.$$

(iii) $a < b$ のとき, (ii) における答えの式の分母と分子を反転させたもの.

従って, 求める答えは $9^2 + 7 \cdot 2 = 95$ 通りである

以下, 定理 1.4 の証明を行う. 補題 1.3 より (i) の場合は示されている. また, 同じ補題から $a > b$ と $c < d$ は同値である. よって, これ以降は $a > b, c < d$ を仮定する.

まず, 定理 1.4 の証明に必要な補題を 1 つ用意する.

補題 1.5 b, c, d を固定された数とする. このとき, $1 \leq a \leq 9$ で, a, b, c, d について (1) が成り立つものは高々 1 個である.

証明 (2) より従う. ■

2 不等式評価

命題 2.1 (1) が成り立つならば $b \leq c(c+1)/10$ である.

証明 (2) より

$$\frac{1}{b} \geq \frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{10}{c} - \frac{10}{d} \geq \frac{10}{c} - \frac{10}{c+1} = \frac{10}{c(c+1)} \quad (5)$$

となるから, 求める結果を得る. ■

系 2.2 (1) が成り立つならば $b < c, c \geq 3$ である.

証明 $b < c$ は, $c \leq 8$ のとき $(c+1)/10 < 1$ となることと命題 2.1 より従う. $c \geq 3$ は, 命題 2.1 に $b = 1$ を代入することで得られる. ■

命題 2.3 (1) が成り立つならば $d < 10c/(10-c)$ である.

証明 (2) より

$$1 > \frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{10}{c} - \frac{10}{d} \quad (6)$$

となる. よって, 主張は (6) を変形することで得られる. ■

系 2.4 (1) が成り立つならば $d - c \leq 4$ である.

証明 $c \leq 4$ のときは, 命題 2.3 より $d - c < c^2/(10-c) \leq 16/6 < 3$ となるから正しい. $c \geq 5$ のときは $d - c \leq 9 - 5 = 4$ より正しい. ■

補題 2.5 a, b, c, d が (1) を満たすとする. このとき, 次が成り立つ:

- (i) $a \geq b(b+1)$ ならば, (1) を満たす a', b', c, d で $b' > b$ となるものは存在しない.
(ii) $b \geq 2$ ならば, 任意の $a' \geq 2$ に対し $a', 1, c, d$ は (1) を満たさない.

証明 (i): $a \geq b(b+1)$ で (1) を満たすとすると, (2) より

$$\frac{1}{b+1} \leq \frac{1}{b} - \frac{1}{b(b+1)} \leq \frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{10}{c} - \frac{10}{d}$$

となる. 一方, $b' > b$ で a', b', c, d が (1) を満たすとすると, (2) より

$$\frac{1}{b+1} \geq \frac{1}{b'} > \frac{1}{b'} - \frac{1}{a'} = \frac{10}{c} - \frac{10}{d}$$

となる. よって, 求める結果を得る.

(ii): 上の考察について $b = 1$ とすればよい. ■

注意 2.6 本節までの結果には, $a \leq 9$ という仮定を用いていない.

3 素因数の評価

命題 3.1 (1) が成り立つならば $c = 5, d = 5, a - b = 5$ の少なくとも 1 つが成立する.

証明 $5 \mid 10ab(d-c)$ であるから (4) より $5 \mid cd(a-b)$ を得る. ここで, $c, d, a-b \leq 9$ であるから主張は正しい. ■

系 3.2 (1) が成り立つならば $b \leq 4$ である.

証明 $c = 5$ または $d = 5$ のときは系 2.2 (および $c < d$) より従う. $a - b = 5$ のときは $a \leq 9$ より従う. ■

補題 3.3 (1) が成り立つならば $a \neq c$ である.

証明 $a = c$ とすると, (2) より $11 \mid 11c = 10a + c$ である. よって, (3) より $11 \mid ac(10b + d)$ を得る. ここで, $a, c \leq 9$ であるから $11 \mid 10b + d$ が成り立つ. 一方, 命題 2.2 と $c < d$ より $b < d$ であるから $11 \nmid 10b + d$ となり, 矛盾である. ■

補題 3.4 $a = d$ で (1) が成り立つならば $3 \mid a$ である.

証明 (3) について $a = d$ を代入すると, 式変形により $9bc = a(10b - c)$ を得る. 一方, $10b - c = 9b - (c - b)$ について, 系 2.2 より $1 \leq c - b \leq 8 - 1 = 7$ であるから $9 \nmid 10b - c$ となる. 以上より, 求める結果を得る. ■

命題 3.5 (1) が成り立つならば $a, c, d \neq 7$ である.

証明 $a = 7$ とすると, $7 \mid 10ab(d-c)$ であるから, (4) より $7 \mid cd(a-b)$ を得る. ここで, $a - b \neq 7$ であるから $c, d \leq 9$ より $c = 7$ または $d = 7$ を得る. しかし, $c = 7$ のときは補題 3.3 に, $d = 7$ のときは補題 3.4 にそれぞれ反する.

次に, $c = 7, d = 7$ のいずれかが成り立つとすると, $7 \mid cd(a-b)$ となるから, (4) より $7 \mid 10ab(d-c)$ を得る. 一方, 系 2.4, 3.2 および前の結果から $7 \nmid 10ab(d-c)$ となり, 矛盾である. ■

命題 3.6 $d - c = 3$ で (1) が成り立つならば $c = 5, d = 8$ である.

証明 $d = 5$ とすると, $c = 2$ となり系 2.2 に反する. 次に, $a - b = 5$ とすると, (4) より $5cd = 30ab$, すなわち

$$cd = 6ab \quad (7)$$

を得る. 仮定より, $2 \mid ab$ であるから (7) より $4 \mid cd$ を得る. さらに, $d - c = 3$ であるから (7) より $3 \mid c, d$ を得る. 以上の結果と $c, d \leq 9$ から $c = d = 6$ となるが, これは $c < d$ に反する. よって, 命題 3.1 より $c = 5$ が成り立つ. ■

4 定理 1.4 の証明

系 2.2 および命題 2.3, 3.5, 3.6 より, (1) が成り立つ c, d の組の候補は以下のものに限ることが示される:

$$(c, d) = (3, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 6), (5, 8), (5, 9), (6, 8), (8, 9).$$

以下, それぞれの場合に考察する.

- $(c, d) = (3, 4)$ のとき: 命題 3.1 より $a - b = 5$ である. これより (1) を満たすものは $a = 6, b = 1$ のみであることが分かる.
- $(c, d) = (4, 5)$ のとき: (4) に代入するし整理すると

$$(a + 2)(b - 2) = -4$$

を得る. ここで, $a \geq 1$ より (1) を満たすものは $a = 2, b = 1$ のみであることが分かる.

- $(c, d) = (4, 6)$ のとき: 命題 3.1 より $a - b = 5$ である. これより (1) を満たすものは $a = 6, b = 1$ のみであることが分かる.
- $(c, d) = (5, 6)$ のとき: (4) に代入するし整理すると

$$(a + 3)(b - 3) = -9$$

を得る. ここで, $a \geq 1$ より (1) を満たすものは $a = 2, b = 1$ のみであることが分かる.

- $(c, d) = (5, 8)$ のとき: (4) に代入するし整理すると

$$(3a + 4)(3b - 4) = -16$$

を得る. ここで, $a \geq 1$ より (1) を満たすものは $a = 4, b = 1$ のみであることが分かる.

- $(c, d) = (5, 9)$ のとき: (4) に代入するし整理すると

$$(8a + 9)(8b - 9) = -81$$

を得る. ここで, $a \geq 1$ より (1) を満たすものは $a = 9, b = 1$ のみであることが分かる.

- $(c, d) = (6, 8)$ のとき: $a = 12, b = 2$ のとき (1) を満たす (これは (i) より従う. また, $a \leq 9$ を満たさないことに注意). このとき, $a \geq b(b + 1)$ であるから補題 1.5, 2.5 よりこれ以外には存在しない (ここで注意 2.6 を用いている).
- $(c, d) = (8, 9)$ のとき: 命題 3.1 より $a - b = 5$ である. これより (1) を満たすものは $a = 4, b = 9$ のみであることが分かる.

資料5

都道府県	学校名	チーム名	レクチャー①	レクチャー②	レクチャー③	レクチャー④	合計点
	A	1	18.25	22.4	24	23	87.65
	B	2	9	11.8	17	18	55.8
	C	3	5.33	16.2	12	18	51.53
	D	4	5.25	15.8	11	15	47.05
	E	5	3.5	11	13	18	45.5
	F	6	3.67	11	17	7	38.67
	G	7	5.75	9.2	8	15	37.95
	H	8	3.25	14	6	12	35.25
	I	9	4.5	10.5	6	10	31
	J	10	3.33	4.8	6	15	29.13
	K	11	3.25	8.8	6	10	28.05
	L	12	1.25	13.2	6	7	27.45
	M	13	4.5	10.5	4	7	26
	N	14	0	8.8	6	10	24.8
	O	15	3.75	5.3	7	5	21.05
	P	16	0	10.5	3	18	31.5
	Q	17	3.33	13.2	7	5	28.53
	R	18	2	6.1	9	5	22.1
		平均点	4.4	11.3	9.3	12.1	37.2

講義科目 学号名	チーム名	担当教員 職名	I 先生		II 先生		III 先生		合計	I 先生 コメント	II 先生 コメント	III 先生 コメント
			講義名	講義内容	講義名	講義内容	講義名	講義内容				
A	1	0								「ストレスフリーな回り方」ということで、実際に自分で試してみたいという意欲が非常に高く、質問も非常に多く、授業の進行も非常にスムーズに進んでいくという印象を受けた。また、チームワークに基づいた学習スタイルを、その結果、積極的に活用して、チームワークを高めることに成功している。また、チームワークを高めるための学習スタイルを、その結果、積極的に活用して、チームワークを高めることに成功している。	フィードバックにおいて、面談の機会を多くとることで、フィードバックを効果的に活用している。また、フィードバックを効果的に活用している。	
B	2	水巻様や、寛をよくなる								課題が簡単すぎるように感じている。また、課題が簡単すぎるように感じている。また、課題が簡単すぎるように感じている。	フィードバックにおいて、面談の機会を多くとることで、フィードバックを効果的に活用している。また、フィードバックを効果的に活用している。	
C	3	人差をつける難しさ								難しさを感じる。また、難しさを感じる。また、難しさを感じる。	「難しさ」が、白痴が難しがるように感じられる。また、「難しさ」が、白痴が難しがるように感じられる。	
D	4	車の乗換のモラル化								モラル化の課題。また、モラル化の課題。また、モラル化の課題。	モラル化の課題。また、モラル化の課題。また、モラル化の課題。	
E	5	「難しくていく」ということ								「難しくていく」ということ。また、「難しくていく」ということ。また、「難しくていく」ということ。	「難しくていく」ということ。また、「難しくていく」ということ。また、「難しくていく」ということ。	
F	6	車の乗り								車の乗り。また、車の乗り。また、車の乗り。	車の乗り。また、車の乗り。また、車の乗り。	
G	7	Niscona Parking Problem								Niscona Parking Problem。また、Niscona Parking Problem。また、Niscona Parking Problem。	Niscona Parking Problem。また、Niscona Parking Problem。また、Niscona Parking Problem。	
H	8	おかげさまで								おかげさまで。また、おかげさまで。また、おかげさまで。	おかげさまで。また、おかげさまで。また、おかげさまで。	
I	9	車庫の整理に関する課題								車庫の整理に関する課題。また、車庫の整理に関する課題。また、車庫の整理に関する課題。	車庫の整理に関する課題。また、車庫の整理に関する課題。また、車庫の整理に関する課題。	

平成28年度指定スーパーサイエンスハイスクール
研究開発実施報告書・第3年次

発行日 平成31年 3月

発行者 名古屋大学教育学部附属中・高等学校
〒464-8601 名古屋市千種区不老町
電話 052-789-2680 FAX 052-789-2696