

## ⑤ 令和2年度科学技術人材育成重点枠実施報告（要約）

① 研究開発のテーマ	
	<p>数学的思考力を基盤に多領域に応答する人材の育成</p>
② 研究開発の概要	
	<p>数学的思考力を基盤に多領域に応答する人材の育成を目的としている。多くの情報を集め、それらの情報から必要とする情報を引き出し処理することを通して、社会とのつながりの中で数学を活用する能力を育成することが目標である。具体的には2つの人材、①Leading型科学技術人材（現象と原因の関係やそのメカニズムについて、幅広く収集した情報を処理し、根拠や理由に基づいて自分の考えで説明し将来、日本社会を牽引することができる人材）②Top型科学技術人材（国内外の多様なステークホルダーと連携して、社会的課題を自ら主体に発見し、新しい価値を明確なデータに基づいて創造することができ、世界の中で将来活躍できる人材）の育成である。育成には、4つのステージを設けて必要な資質や能力を磨くための検証を行う。</p>
③ 令和2年度実施規模	
	<p>全国SSH校と東海地区非SSH校の生徒を対象として実施する。</p>
④ 研究開発内容	
<p>○具体的な研究事項・活動内容</p> <p>・0ステージ</p> <p>研究事項</p> <p>Leading型、Top型科学技術人材を育成するために必要な資質・能力を判定するために実施した。選考に通過した生徒には、2<sup>nd</sup>・3<sup>rd</sup>ステージ参加への意欲と更なる学びへの意識づけを行なうことが期待される。</p> <p>活動内容</p> <p>全国の高校生に対してLeading型科学技術人材・Top型科学技術人材への登龍門として、3月上旬に全国のSSH校ならびに東海地区の非SSH校に応募要領と公募問題「三角形の面積を2等分する線分について、2個の自然数の最大公約数が1になる確率について」を送付した。応募された解答を6人の審査員で評価を行い、1<sup>st</sup>ステージ進出校を決定する。</p> <p>・1<sup>st</sup>ステージ（令和2年度は1<sup>st</sup>ステージ、2<sup>nd</sup>ステージを同時実施）</p> <p>研究事項</p> <p>書類選考を通過した全国の高校生を対象に、事象を数学的に捉え汎用的な見方・考え方がさらにできるようにファシリテートする。また、課題を主体的・協同的に解決する力を育成する。</p> <p>2<sup>nd</sup>ステージで行うFW（フィールドワーク）を通して、効果的に調査・研究を行う基礎力育成が期待される。</p> <p>活動内容</p> <p>書類選考を通過した全国の高校生（12校49名）を対象に、オンライン上で4名の教員が全日程3日間の2日間で約2時間ずつ、レクチャーを行った。内容は社会生活と数学の関わりに焦点を当てた。レクチャーの課題をグループごとや個人で解くことで課題を主体的・協同的に解決する力を育成する。講座の受講ごとに行う課題レポート集計をおこない点数化した。</p> <p>・2<sup>nd</sup>ステージ（令和2年度は1<sup>st</sup>ステージ、2<sup>nd</sup>ステージを同時実施）</p> <p>研究事項</p> <p>FWでは、事象を数学的に捉え汎用的な見方・考え方を実践的に育成する。情報収集や調査で得た多くの情報を分析し、エビデンスに基いた発表力を育成する。集めた情報から自分が必要とする情報を引き出し処理する能力を育成することが目標である。また商店街を拠点にFWを行うため、</p>	

商店街の理事のレクチャーをオンライン上で行う。また、数学が実生活との関わり、学校での学問が社会とのつながりや、実社会との影響を考える。

#### 活動内容

地元の商店街などのエリアで数学の視点から商店街や建物を観察する。数学の視点からまとめてオンライン上で審査員に対して発表を行った。

#### ・自己成長ステージ

#### 研究事項

3<sup>rd</sup>ステージに向けて、英語で数学の授業を受講し英語力を向上させる。英語での数学的専門用語の修得が期待される。また今後の教育で期待されている遠隔教育に対する実践例の提供をおこなう。個人のライフスタイルにあわせた新しい教育の試行を試みた。

#### 活動内容

2<sup>nd</sup>ステージ（夏期休業中）から3<sup>rd</sup>ステージ（年度末休業中）の間で、インターネットを活用した双方型遠隔教育の試行的実施する。名古屋大学G30プログラムで実施しているインターネットを使って配信されている補充教材を利用する。ビデオチャットの機能を使って質疑応答、参加者どうしの議論、補足事項等の発信を行う。

#### ・3<sup>rd</sup>ステージ（平成元年度は中止、平成2年度はオンライン上での実施予定）

自ら主体的に課題を発見し、新しい価値を明確なデータに基づいて創造することができ、将来世界の中で活躍することができる人材を育成する。海外の大学生と協同し、自分の持つ社会的背景とは異なる状況の下でも多くの情報を収集し、必要な情報を的確に処理する能力を育成する。成果を英語で発表し、情報交換を行なうことで国際性を育成することが期待される。

#### 活動内容

3<sup>rd</sup>ステージに進出した4校が名古屋に集まる。米国ノースカロライナ州 North Carolina School of Science and Math (NCSSM) の学生と地元商店街にて、アンケート調査や聞き取り調査等により多くのデータを収集し分析。分析した結果についてエビデンスを示しながら英語で発表する。

### ⑤ 研究開発の成果と課題

#### ○実施による成果とその評価

- ・ 0ステージでの応募数は緊急事態宣言中にもかかわらず、全国から18校、22団体（一団体は約4名約80名近く）であった。
- ・ 1<sup>st</sup>ステージでは4名の教員により、グループごとでの評価や個人での評価をそれぞれ行った。オンライン上での解答のファイルのやりとりはあまり問題なく進めることができた。
- ・ 2<sup>nd</sup>ステージではそれぞれの地元でフィールドワークをおこなった。オンライン上でのポスターの提出は問題なく進めることができた。

#### ○実施上の課題と今後の取組

- ・ 0ステージでの解答は複数の解法の分析と、各解法と他の解法の共通性を中心に評価を行った。
- ・ 1<sup>st</sup>ステージは3名の教員による評価方法が個人評価と団体評価の2通りで評価を行った。
- ・ 2<sup>nd</sup>ステージはオンライン上での発表となった。
- ・ 自己成長ステージはコロナ禍でのオンラインの急速な整備のため、問題なく利用ができた。
- ・ 3<sup>rd</sup>ステージ（令和2年度）は、コロナウイルス感染対策のため、米国には渡米しない。4校6団体で集合し、オンライン上で取り組みを発表する。

### ⑥ 新型コロナウイルス感染拡大の影響

- ・ 0ステージの解答の回収は郵送による回収とメールによる回収と両方行った
- ・ 1<sup>st</sup> 2<sup>nd</sup>ステージはZoomのブレイクアウト機能を用いたオンラインによる取り組みを行った
- ・ 3<sup>rd</sup>ステージのアメリカの渡米は前年に続き行わず、今年度はオンラインでの実施となった

（文責 渡辺武志）

## ⑥令和2年度科学技術人材育成重点枠の成果と課題

### ① 研究開発の成果

#### ○これまでの取り組みを通じた成果

##### ・地域や他の学校への波及効果

0ステージで全国のSSH校ならびに東海地区の非SSH校に応募要領と公募問題「三角形の面積を2等分する線分について、2個の自然数の最大公約数が1になる確率について」という2問の問題を送付した。この問題の探究に、全国から18校、22団体（一団体は約4名 約「90名」）の応募があった。審査では、愛知、三重の県立高校の数学教員、名古屋大学多元数理科学研究科教員、研究員が審査員を行い、活発な意見交換をおこなうことができた。

2<sup>nd</sup>ステージでは平成30年度にフィールドワークで、行ったポスター発表を1つ選び、多元数理研究科、院生からの解説を行った。フィールドワーク前の講義として、生徒にさまざまな事例を与えることができた。

##### ・学校の変容

昨年からの学校全体の研究体制にSSH重点枠グループが1<sup>st</sup>、2<sup>nd</sup>ステージで全面的な支援を受けた。コロナ禍のなか、0ステージは解答の送付でメールによる添付、1<sup>st</sup> stageではオンライン上での講義はZoom機能を利用した。また、ブレイクアウト機能を用いたグループごとの相談の確立をした。また、解答のメール添付による、即日回収を行った。また、ファイルを利用して教員の採点・評価、2<sup>nd</sup>ステージでもメールを用いた添付ファイルの提出、採点など、オンライン上でも解答、採点、評価についてスムーズにおこなうことができた。

##### ・教員の変容

オンラインによる講義ができるように、PCにオンラインソフトを入力したり、60名を超える参加グループに対するソフトの設定など、ネットワーク機能を用いた設定を教員主導により、構築することができた。

##### ・大学の変容

1<sup>st</sup> stageでは、講義をいただく教員に対してオンライン上での講義をお願いした。先生によっては、使い慣れた先生や初めて取り組む教員もいた。概ねPower Pointによる講義がほとんどであった。解答も添付ファイルで寄せられた回答について、ほとんどの回答で問題なく採点することができた。

##### ・大学の資源の活用

名古屋大学では情報基盤センターのサービスNUWNETを利用して、ネットワークを使用している。通信環境が整備されており、1<sup>st</sup> 2<sup>nd</sup>ステージでは一度もネットワークが切れることがなかった。

自己成長ステージでのビデオチャットの題材は、昨年に引き続き名古屋大学G30プログラムの学生に対する補充教材（コンテンツ）を使用した。コンテンツ制作者の石田教授から快諾いただき、使用した。生徒たちのコンテンツの利用の際にも石田教授や多元数理研究科の研究員に参加いただき、英語での発表に対するアドバイスをを行った。なお、今年度はコロナ禍のもと、指導する教員もZoomでの参加で進行している。また、G30学生にも協力をいただき、高校生との交流を通じてオンラインで行い、アメリカの現地とのオンラインとの一助とする。

##### ・地域の協力と生徒の活動

2<sup>nd</sup>ステージでは、それぞれの地域において、商店街などでフィールドワークを行うために、地域との協力が必要となる。商店街との協力については、今年度も地元の城山商店街組合の理事長をお願いをし、快諾いただいた。また、商店街の理事からフィールドワーク前に講義として、実施する地域の地理的、歴史的な講義を行った。今年度はオンラインによる発表であった。提出も添付ファイルによる提出であったが、4人の教員による評価は、適切に評価することができた。短い時間内にフィールドワークでみつけた数学の内容が記述できた。

## ② 研究開発の課題

### ・研究開発の課題

#### ・0ステージ

公募問題づくりが大変むづかしい。今年度は2題の出題であった。1題は協同的探究学習に関する題材で、平易な素材を利用し協同的探究学習に関する題材は複数解の解法に関する分析、それぞれの解答記述の良さ、また、それぞれの解法の共通部分などから採点をおこなった。もう1題は互いに素な自然数となる確率の問題で、平易な素材ではあるが、解答にはPCによる計算や素因数分解の一意性などを利用した解答が見られた。高校生の知識で深く探究した問題を高く評価した。候補にならなかった学校に対してのフォローは、採点の様子を文章にまとめ、各校に送付した。3年間の作問で探究的な問題作りは、教育課程の中で作る作問、枠にとらわれない作問の2種類を作成した。それぞれの長所、短所の分析が課題である。

#### ・1<sup>st</sup>ステージ

コロナ禍でオンラインによるレクチャーとなった。Zoomを利用し4人の教員によるレクチャーに選ばれた16団体が参加した。レクチャー後の課題はグループごとによる解答のため、ブレイクアウト機能を利用するなど、対面型の講義と遜色ない授業形態にするようつとめた。解答は時間内にPDF形式で送信をお願いするなど、オンライン上での解答方法が課題である。

#### ・2<sup>nd</sup>ステージ

オンライン上での発表となった。主催校に集合した開催ではなかった。Zoomのブレイクアウト機能を利用することによって問題なく、発表がおこなわれた。審査についても問題なく終了することができた。最終年度は発表までの期限が2週間と長かったため、深みのあるポスター発表となった。開催地での作成と学校ごとの現地で作成したポスターをどのように評価するかが課題となった。

#### ・自己成長ステージ

コロナ禍のオンライン環境の整備により、参加校のネットワークの事前整備は不要であった。ビデオチャットの整備をハード面（広角撮影、集音マイク、タブレットPC）ソフト面（英和辞典、科学英語の書き方のプレゼンテーション）などの配布をおこなった。

各学校のビデオチャットによる数学英語の解説は一人ずつ、大学教員、研究員によるアドバイスをとおこなった。米国の生徒とディスカッションをしながら生徒たちと作品をつくることになるため、事前にフィールドワークでおこなった内容を英語化することで準備をおこなった。また、3<sup>rd</sup>ステージに向けた準備として名古屋大学G30プログラムの学生によるアドバイス等も行った。3<sup>rd</sup>ステージに自己成長ステージの準備が活かされるかが課題である。

#### ・3<sup>rd</sup>ステージ

コロナ禍において、米国訪問は最終年度も不可能となった。最終年度は最終ステージに進出した6団体が名古屋に一同に集合し、ノースカロライナ州立大学の学生とフィールドワークでおこなった内容を基に、オンライン上で議論ができるかが課題となる。

(文責 渡辺武志)



## ⑦ 科学技術人材育成重点枠実施報告書

### ① 研究開発テーマ 「数学的思考力を基盤に多領域に応答する人材の育成」 について

0ステージでは1<sup>st</sup>ステージで行うLeading型、Top型科学技術人材の発掘するため、公募問題を通じて行った。4月上旬に全国のSSH校と愛知県内の公立高校に封書で送付した。全国から18校、22団体（一団体は約4名 約90名）の応募があった。7人の教員により解答の精読を行った。すべての学校が丁寧に複数解答や、深い思考にもとづく解答であった。

複数の解答内容をさらに吟味し、1<sup>st</sup>ステージ進出団体を決定した。最終年度は2題出題した。深い思考力が必要な問題にもかかわらず、意欲があり、深い概念の理解を持つ団体の生徒の発掘につながった。

1<sup>st</sup>ステージは、Leading型、Top型科学技術人材を育成するために必要な資質・能力を判定するために実施した。今年度の1<sup>st</sup>ステージは、コロナ禍の影響でオンラインでの実施となった。この間の選抜は行わなかった。全行程は1<sup>st</sup>ステージ2日間、2<sup>nd</sup>ステージ1日であった。16校が選抜された。

4名の教員が2日間にかけて、約2時間ずつレクチャーを行った。レクチャーに関する問題の回収はメールと郵送の両方でおこなった。採点はレクチャーを行った個々の教員により行われた。

2<sup>nd</sup>ステージは、Leading型科学技術人材の資質の育成のため、数学の課題に取り組んだ。地元の高校近くにある、地域の商店街や建物などを利用して、数学の視点から調査（フィールドワーク）をおこなった。まとめた内容をオンライン上で発表をおこない、4人の審査員が分析評価をおこなった。1<sup>st</sup>ステージ、2<sup>nd</sup>ステージの別日程の実施であったが、2つのステージの採点合計により3<sup>rd</sup>ステージ校を決定した。

日本数学コンクールは延期となり、団体戦は中止となったため、評価はできなかった。

自己成長ステージは、現地の学生や生徒を英語で数学の発表準備が円滑に行えるように、国内環境を整える。内容が説明できるよう、英語で数学の授業を受講し英語力を向上させる。3<sup>rd</sup>ステージで、オンライン上でアメリカの現地の生徒や学生と現地でフィールドワークを行い、準備として数学英語に慣れるため2<sup>nd</sup>ステージと3<sup>rd</sup>ステージの間約半年間8回行う。遠隔教育を利用してビデオチャットで4校一同に会しておこない、名古屋大学 G30 プログラムの教材を利用して、数学英語の習得の方法とビデオチャットの実用性を検証する。この教材を利用して本校に集まらないでビデオチャットを用いて数学英語に慣れていき、最終的には英語でグループワークができるようになることが目的である。

3<sup>rd</sup>ステージでは自ら主体的に課題を発見し、新しい価値を明確なデータに基づいて創造することができ、将来世界の中で活躍することができるTop型科学技術人材を育成する。

オンライン上で海外の生徒や学生と協同し、自分の持つ社会的背景とは異なる状況の下でも多くの情報を収集し、必要な情報を的確に処理する能力を育成する。また成果を英語で発表し、情報交換を行なうことで国際性を育成できることが目的である。

### ② 「研究開発の経緯」

3つのステージでは、人材の発掘に向けて選考を行う。それぞれのステージでの研究事項に合わせて、問題の設定方法、選抜方法、連絡方法について研究開発をおこなった。

#### 0ステージ

3年間の作問で探究的な問題作りは、教育課程の中で作る作問、枠にとらわれない作問の2種類を作成した経験を活かし、2問作成した。最終年度の問題は「三角形の面積を2等分する線分につ

いて」「2個の自然数の最大公約数が1になる確率について」であった。問題方法の設定の違いからどのような解答となるのか採点により評価を与えた。

選抜されなかった団体については、選抜方針と解答を送付した。

### 1<sup>st</sup>ステージ

Leading型、Top型科学技術人材を育成するために必要な資質・能力を判定する。

選抜された団体をオンライン上で一同に集合することで連帯感や意欲を高めるようオンライン上のソフトを利用して工夫した。複数の教員による講義だけでなく、レクチャー問題を団体もしくは個人で解答し、時間内での解答を期すため、メールによる送付と後日郵送で相合した。講義をした教員の採点による方法で選抜をおこなった。

### 2<sup>nd</sup>ステージ

事象を数学的に捉え汎用的な見方・考え方ができるようなLeading型人材を育成する。コロナ禍のため、地元の商店街や建物でのフィールドワーク (F.W) を通して実践的に育成すること、日本数学コンクール団体戦に参加をすることで深めることとした (平成2年度は団体戦中止のため実施せず)。なお、選抜については、1. の取り組みはオンライン上での発表を用いて4人の大学教員による評価を行うこととした。全員に1. で取り組んだポスター発表のコメントを参加校に送付した。

### 自己成長ステージ

このステージでは選抜は行わないが、4校がネット環境を利用したビデオチャットを利用することで数学英語になれるための練習をおこなった。今年度は、数学英語の練習を行う際にも、大学教員や大学院生からのアドバイスも行った。フィールドワークの内容の英語化の際は大学教員やSSH校出身者の大学院生によるアドバイス (評価) から発表やディスカッションの大切さを伝えることとした。

### 3<sup>rd</sup>ステージ

このステージでは選抜は行わない。日本の学生の海外の発表では、発表は上手であるが質疑応答が苦手な傾向がある。このステージでは出場団体が名古屋に集結しオンライン上で大きな大会場での発表ではなく、アメリカの生徒、学生との交流や、2<sup>nd</sup>ステージと自己成長ステージでまとめた内容をたたき台として、発表を通じて現地の学生、生徒との活発な交流をすることが目的となる。

## ③ 「研究開発の内容」

### 0ステージ

#### a 仮説

1<sup>st</sup>ステージで行うLeading型、Top型科学技術人材の発掘を公募問題から行う

#### b 研究内容

全国の高校生に、公募問題を送付する。応募した団体の数の調査と、公募問題の解答を複数の審査員によって分析する。1<sup>st</sup>ステージへの進出校の基準を決定する。

#### 1. 方法

2月上旬に全国のSSH校と愛知県内の公立高校に封書で送付した。 (資料)

応募資格は、1<sup>st</sup>ステージから本校などで実施すること、2<sup>nd</sup>ステージは日本数学コンクール・団体戦に出場すること、3<sup>rd</sup>ステージは3月初旬に行われることを考慮した。

次のステージへの進出は選抜となるため、問題を提示しその内容について審査をおこなった。1<sup>st</sup>ステージの公募問題は、教育課程の中で作る作問、枠にとられない作問の2種類を作成した。審査は、複数の高校教員、大学教員による解答の分析を行った。分析方法は全ての学校の解答を審査し、全員での協議の結果、1<sup>st</sup>ステージの進出校を決定した。

参加校は次の学校であった。

愛知県立瑞陵高等学校	兵庫県立神戸高等学校	筑波大学附属駒場高等学校
金沢大学附属高等学校	岐阜県立斐太高等学校	三重県立四日市高等学校
清真学園高等学校	長野県諏訪清陵高等学校	三重県立津高等学校
多治見西高等学校	福島県立福島高等学校	山梨県立韮崎高等学校
岡山県立岡山一宮高等学校	横浜市立横浜サイエンスフロンティア高等学校	
愛知県立旭丘高等学校	群馬県立高崎高等学校	宮城県立仙台第三高等学校
名古屋大学教育学部附属中・高等学校		

## 2. 手段

応募資格は次のようであった。

- ◎ 高校1年生、2年生で1校3～4名を1グループとする。  
(各ステージの参加には教員1名の引率が必要)
- ◎ 2019年度に3<sup>rd</sup>ステージまで進出した生徒は応募ができない。
- ◎ 学校から応募できる団体数は3団体までである。
- ◎ 2<sup>nd</sup>ステージに進出した場合は微積分を利用することがある。
- ◎ 2<sup>nd</sup>ステージは生徒・引率教員ともに全員宿泊（近隣の学校は2泊3日+1日通学、遠方の学校は3泊4日 必要に応じ前後泊）となる。（その後オンライン上での実施）
- ◎ 3<sup>rd</sup>ステージに進出した場合は英語が得意であることが望ましい。また微積分を利用することがある。
- ◎ 3<sup>rd</sup>ステージ（海外研修）は一部実費負担となる。  
本校SSH負担：国内交通費、渡航費、現地交通費、海外旅行保険等  
生徒負担：生徒宿泊費（4万～5万）、飲食費、パスポート・査証（ESTA）申請費用 チップ、wifiレンタル等

※上記の要件を踏まえ、各ステージでは貴校から本校までの交通費と宿泊費は本校SSH（重点枠）より負担する。（1<sup>st</sup>ステージにおいては、近隣の学校は日帰りとなるため交通費のみ本校負担となります。）

公募問題は、次のようであった。

### 問題1

- ① 三角形の面積について、直線（線分）を利用して二等分する方法はどのような方法が考えられるでしょうか。数式を用いて説明してください。  
いくつかの解法が考えられますが、その中でアピールできるものを3つ以内で提示してください。
- ② 三角形の面積を二等分する線分について、その中点が動いてできる図形はどのような図形になるでしょうか。斜辺の長さが $\sqrt{2}$ の直角二等辺三角形に注目し、数式を用いて説明してください。

### 問題2

- ① 2個の自然数  $n_1$  と  $n_2$  の最大公約数が1になる確率はどれくらいでしょうか。必要ならばコンピュータを用いてよいですが、考える過程を必ずかいてください。
- ② ①について、求めた確率の考察や、一般化など、発展させて考えてみましょう。

注) プログラミングを利用して考えた場合はソースファイルを応募要項にあるメールアドレスにお送りください。(資料)

## 1<sup>st</sup>ステージ

### a 仮説

Leading型、Top型科学技術人材を育成するために必要な資質・能力を判定するために実施する。選考に通過した生徒には、2<sup>nd</sup>・3<sup>rd</sup>ステージ参加への意欲と更なる学びへの意識づけを行なうことが期待される。

### b 研究内容

1<sup>st</sup>ステージに進出した学校が、オンライン上で名古屋大学教育学部附属中・高等学校をホストとしておこなう。2日にかけて4名の教員がそれぞれの観点からレクチャーを行う。レクチャーの課題をグループごとや個人で解くことにより、生徒の取り組みの様子をそれぞれの教員が検討し、数値化する。2<sup>nd</sup>ステージでは、それぞれの学校の地域でフィールドワークを行い、テーマに関して4名の大学教員が評価を行う。2つのステージから進出する団体を決定する。2つのステージから、Leading型科学技術人材・Top型科学技術人材の発掘ができたかを検証する。

## 1. 方法

1<sup>st</sup>ステージ (2<sup>nd</sup>ステージ) は14団体が進出した。

愛知県立瑞陵高等学校	兵庫県立神戸高等学校	筑波大学附属駒場高等学校 1
金沢大学附属高等学校	岐阜県立斐太高等学校	三重県立四日市高等学校
清真学園高等学校	筑波大学附属駒場高等学校 2	長野県諏訪清陵高等学校
三重県立津高等学校	多治見西高等学校	福島県立福島高等学校
名古屋大学教育学部附属中高等学校 1	名古屋大学教育学部附属中高等学校 2	

8月1日(土)から8月2日(火)にかけて63名の生徒がオンライン上で集合した。4名の教員が1日間、約2時間ずつ、レクチャーを行った。レクチャーに関する問題の採点はレクチャーの行った個々の教員により行われた。採点により、3<sup>rd</sup>ステージ進出校を決定する。

## 2. 手段

4人の教員による、レクチャーが行われた。

名古屋大学情報学研究科	教授	柳浦 陸憲 (講義)
三重県立 津高等学校	教諭	奥田 真吾 (講義)
名古屋大学工学研究科	教授	田地 宏一 (講義 選考)
名古屋大学 多元数理研究科	日本学術振興会特別研究員PD	武田 渉 (講義 選考)

一同にオンラインで集合する。それぞれ学校(グループ)ごとに集まって、全日程の2日間、4名の先生が、それぞれ約2時間ずつレクチャーを行った。グループごとにグループ名を付けた。4人の教員は最初の1時間20分で授業内容が展開される。残りの30分前後で、グループごと、または個人でレクチャーに関する問題に取り組んだ。



## 3. 検証

4人の教員が作成したレクチャーに関する問題をもとに検証をおこなった。

採点にあたっては、400点満点として、4人の教員が100点ずつの持ち点で採点をおこなった。採点にあたっては、4人の教





員から採点方法に関してグループで問題に取り組んで採点を行う方法をおこなった。

コロナ禍のもと、オンライン上で行ったため、解答と採点に関して、オンライン上でどのように行えばよいかを検討した。Zoomによる講義配信、課題の解答時間はブレイクアウト機能を利用した各団体による相談が行えるようにした。また、解答は速報性を求めたため、レクチャー当日にメールによる回収をおこなった。また、信頼性確保のため、各団体とメールによる解答の送付、解答の主幹校への送付をお願いした。

4つのレクチャーのあと、城山商店街振興組合 理事長の高木康光さまから、その後、城山商店街振興会代表、高木理事による商店街にかんする説明が行われた。内容は、名古屋市の地形図を基に、商店街ができた歴史的経緯や、千種区、中区付近の発展についてのレクチャーであった。

フィールドワークでは、どのような視点でまとめればよいかわからないため、1年目、2年目に行ったフィールドワークの内容や、塩野直道記念 第7回「算数・数学の自由研究」などのアイデアを、名古屋大学教育学部附属中・高等学校教諭の渡辺が行った。

なお、毎年商店街から数学を見つけるが、コロナ禍と地元での実施を考慮して、商店街だけでなく、建物を観察することも含めて、数学を用いたまとめをお願いした。

課題は

「夏休みの間に、各学校を中心としたエリアで数学の視点から商店街や建物を観察する。(フィールドワーク)。数学の視点からまとめる。新しい発見があった場合はその視点からもまとめる。8月29日(土) 午前にオンラインで審査員の先生の前で発表を行う。」であった。

1<sup>st</sup> stageの日程表は次のとおり

名古屋大学教育学部附属中・高等学校 SSH重点枠 (1 <sup>st</sup> ステージ) 催事進行表	
会場・内容	
<b>1日(土)</b>	
9:00	各学校 Zoom 受付開始
9:15	会場校挨拶(三小田) 全体日程の説明(渡辺)
9:30	レクチャー① 開始
10:50	レクチャー① の課題
11:30	レクチャー① 終了
	各自昼食
12:30	レクチャー② 開始
13:50	レクチャー② の課題
14:30	レクチャー② 終了
	休憩
14:40	レクチャー③ 開始
16:00	レクチャー③ の課題
16:40	レクチャー③ 終了
	明日の連絡 終了
<b>2日(日)</b>	
9:00	各学校 Zoom 受付開始 本日の日程の説明
9:10	レクチャー④ 開始
10:30	レクチャー④ の課題
11:10	レクチャー④ 終了
	休憩
11:20	FWレクチャー開始 (次回は8月29日(土))
12:20	レクチャー終了
12:30	諸連絡 Zoom 終了
<b>29日(土)</b>	
8:30	受付開始、発表準備
9:00	本日の日程の説明(渡辺)
9:10	ポスター発表
12:00	全体会
13:00	終了

## 2<sup>nd</sup>ステージ

### a 仮説

1<sup>st</sup>ステージを通過した全国の高校生を対象に、事象を数学的に捉え汎用的な見方・考え方を養うため、FWを通して実践的に育成する。また、情報収集や調査で得た多くの情報を分析し、エビデンスにもとづいた発表力を育成する。(今年度は1<sup>st</sup>stage参加全団体が行った。)

多くの情報を集め、集めた情報から自分が必要とする情報を引き出し処理する能力を育成できる。また実際に人々が生活する商店街を拠点にFWを行うため、数学が実生活とどのように関わっているのかを体感する。併せて地元商店街の活性化につなげる。学校での学問が社会とどのようにつながるかを理解するだけでなく、実社会にどのような影響を与えることができるかを理解できる。このことで、参加生徒が将来、日本社会を牽引するLeading型科学技術人材へと成長できることが期待される。

### B 研究内容

1<sup>st</sup>ステージ終了後、3週間後に地域の商店街や建物を利用して、数学の視点から調査(フィールドワーク)を行う。フィールドワークで学んだことを模造紙にまとめ、内容をポスター発表でおこない、4人の審査員が分析評価をおこなう。4人の教員の採点により3<sup>rd</sup>ステージ校を決定する。

#### 1. 方法

参加校は以下のとおり

愛知県立瑞陵高等学校	兵庫県立神戸高等学校	筑波大学附属駒場高等学校 1
金沢大学附属高等学校	岐阜県立斐太高等学校	三重県立四日市高等学校
清真学園高等学校	筑波大学附属駒場高等学校 2	長野県諏訪清陵高等学校
三重県立津高等学校	多治見西高等学校	福島県立福島高等学校
名古屋大学教育学部附属中高等学校 1	名古屋大学教育学部附属中高等学校 2	

8月初旬から下旬にかけては商店街や建物について、数学の視点からの調査例をレクチャーする。団体ごとに、現地におもむきフィールドワークを行う。調査した内容を模造紙などにまとめて、PDF化し、主幹校に送付。4人の審査員に対して、オンライン上でポスター発表を行う。

#### 2. 手段

令和2年度は2<sup>nd</sup>ステージをオンライン上行った。2<sup>nd</sup>ステージ 8月29日(日)

今年度はコロナ禍のもと、地域によっては3密になる可能性があったため、建物等を観察することで、数学的考察ができるよう、配慮した。実際の発表内容は建物について発表をであったり、建物を利用した発表もいくつかあった。

名古屋大学教育学部附属中・高等学校 SSH重点枠(2 <sup>nd</sup> ステージ) 催事進行表	
会場・内容	
29日(土)	
8:30	受付開始、発表準備
9:00	本日の日程の説明(渡辺)
9:10	ポスター発表
12:00	全体会
13:00	終了

#### 3. 検証

ポスター発表の評価、検証については4名の大学教員

名古屋大学工学研究科教授 田地 宏一（講義 選考）  
名古屋大学多元数理科学研究科教授 宇澤 達（選考）  
中部大学現代教育学部教授 神保 雅一（選考）  
名古屋大学 多元数理研究科 日本学術振興会特別研究員PD 武田 渉（講義 選考）  
により、3週間で作成されたポスター発表で評価をおこなった。

評価方法は4名の教員で持ち点100点として3つの観点で採点をお願いした。

評価については、

- ・着眼点について（数理モデルの題材の深さ）
- ・数学的にすぐれたものであるか（数理モデルの取り扱いを数学的にどれだけ深められたか）
- ・地域性について（題材がどれだけFWでの観察に基づくか）

点数の上位順から3<sup>rd</sup>ステージの進出団体を決定した。

今年度は、オンライン上での発表はそれぞれの地元の商店街や建物、学校を題材にした取り組みが多かった。また、準備期間が3週間と長いため、数学的にも豊かですぐれた発表が多かった。

## 自己成長ステージ

### a 仮説

3<sup>rd</sup>ステージに向けて、英語で数学の授業を受講し英語力を向上させる。

英語での数学的専門用語の修得、今後の教育で期待されている遠隔教育に対する実践例の提供、個人のライフスタイルにあわせた新しい教育の試行が期待される。

### b 研究内容

このステージでは、3<sup>rd</sup>ステージで、アメリカの高校生と現地でフィールドワークを行う。また、数学の発表を行う。内容が説明できるよう、準備として数学英語に慣れるため2<sup>nd</sup>ステージと3<sup>rd</sup>ステージの間約半年間8回行う。ビデオチャットで4校一同に会しておこない、名古屋大学 G30 プログラムの教材を利用して、数学英語の習得の方法とビデオチャットの実用性を検証する。この教材を利用して本校に集まらないでビデオチャット（Zoom）を用いて数学英語に慣れていき、最終的には英語でグループワークができるようになることが目的である。

## 1. 方法

3<sup>rd</sup>ステージ進出校4校

三重県立四日市高等学校

金沢大学附属高等学校

筑波大学附属駒場高等学校1

筑波大学附属駒場高等学校2

名古屋大学教育学部附属高校1

名古屋大学教育学部附属高校2

で遠隔授業を行うため、8回分のビデオチャットができる日程を調整する。

8回のビデオチャットでは、名古屋大学 G30 プログラム（名古屋大学を英語による講義のみで卒業できるプログラム）のLecture Videos Pre-college Mathematics \*Optional subject（ビデオ 講義ノート付き）を用いて、数学英語の習得をはかる。また、夏休みに行ったレポートをまとめ、現地で議論をする材料とする準備を行う。

## 2. 手段

3<sup>rd</sup>ステージでは、アメリカで現地の高校生と数学を用いて交流を行う。しかし、現地の高校生と数学を通じた交流を行うためには、通常の会話だけでなく英語での数学的専門用語を使って会話をする。つまり数式を用いたコミュニケーションの練習が必要となる。日常会話は高校英語の習得が必須となるが、数学英語については慣れる必要がある。その練習と進出した学校との交流をはかるため、自己成長ステージが位置づけられている。

翌年の3月に数学を通じた交流をおこなうために、アメリカに向かうまでの半年間は“自己成長ステージ”として4校で以下の目的で協同活動を今年度も行った。

1. 目的 自己成長ステージで英語の数学的専門用語を習得する。
2. 方法 英語での数学的専門用語の習得は名古屋大学 G30 プログラム（名古屋大学を英語による講義のみで卒業できるプログラム）のLecture Videos Pre-college Mathematics \*Optional subject（ビデオ 講義ノート付き）  
[http://ocw.nagoya-u.jp/index.php?lang=en&mode=c&id=516&page\\_type=index](http://ocw.nagoya-u.jp/index.php?lang=en&mode=c&id=516&page_type=index)を用いる。この教材は海外の留学生で数学Ⅲの授業が未履修である学生に対する補充教材である。

#### (1) 9月から10月初旬

日程を調整する。

今年度は、その学校もコロナ禍でICT環境が急速に整備されていたため、学校訪問による設定は行わなかった。また、昨年度は各学校単位でのレクチャーであったが、学校休業日の実施日が半分近く設定した。このため、自宅からでもオンラインで講義に参加できるよう、タブレットPCなど、手配を行った。

#### (2) 10月中旬から2月

1ヶ月に2度の割合で4校（担当は2校）がビデオチャットを通じて16時から17時30分まで協同学習を行う。また、参加者全員が数学英語で話す経験をしたあと、2<sup>nd</sup>ステージで発表した題材をたたき台として、英語化し現地の学生や教員と協同で作品を作る題材とする。

#### ・個々の学校での事前準備

- ① Lecture Videos（Pre-college Mathematics \*Optional subject）を教材として、ダウンロード可能なテキストを用いて授業内容を動画で学ぶ。  
テキストはこちらで選択し、学習期日を伝える。
- ①-1 動画は名古屋大学映像サーバーシステムを利用する。
- ①-2 まずは個々の学校で生徒は動画を見て、お互いに
  - I 英語で話された内容を理解する。
  - II 最初は日本語で双方向で解説する。
  - III 英語で解説する。ことをグループ同士で行う。

#### ・レクチャーの内容

- ② Zoomを利用して各学校をリアルタイムでつなぐ。講義の内容を英語で話すことで評価し、研究員と教員から以下のアドバイスを受ける。
  - I 英語で話された内容を理解する。
  - II 最初は日本語で双方向で解説する。
  - III 英語で解説する。
  - IV 大学院生や教員などからのアドバイスを受けるIVの大学院生と教員は  
名古屋大学G30プログラム 教授 石田 幸男  
名古屋大学 多元数理研究科 日本学術振興会特別研究員PD 武田 渉  
が担当している。
- ③ 補足事項の発信を行う。
- ④ ②の様子を動画でキャプチャーした。



### 3. 検証

#### ・ 数学英語での発表について

今年度はコロナ禍のため、アメリカでの発表はなくなった。代わりに、3月にオンラインで、現地の学生と夏休みに発表した題材を用いて議論をすることになった。

今年度は名古屋大学教育学部附属高等学校を拠点校として、司会進行をおこなった。

Lecture Videos のテキストを中心に数学英語を話すことを練習した。はじめは数学英語に話すことに時間がかかっていたが、普段から変数は英語で使用するため、指数や数値などの数学英語の特徴に慣れてゆき、テキストを用いて説明することができるようになってきた。今年度は6団体の進出であった。このため、全員が必ず1回は10分以上の数学英語の発表を行った。

Lecture Videosについては、制作者でもある、名古屋大学G30プログラム 教授 石田 幸男氏と名古屋大学多元数理科学研究科 研究員、武田 渉氏に1回目から参加し、各校の数学英語での解説からアドバイスをいただいた。アドバイスでは、教材を見ながらのみの解説ではなく、事前にしっかり内容を覚えて話すことが、科学英語の早い習得に繋がることを4校に伝えていた。

今年度はアメリカの学生とオンライン上で作品作りを行う。日程が短いため、夏休みに作成したフィールドワークのレポートを英語に直して現地で交流をするための資料とした。

また、オンラインでアメリカの現地の生徒といきなり発表を行うことは、難しいとの指摘を受けて、今年度は名古屋大学G30プログラムの大学生、院生を2回及びし、現地の学生との交流を前に英語をたくさん話す練習をおこなう。



#### ・ ネットワーク環境の整備について

今年度はコロナ禍のもと、参加校のwifi整備が急速に進んだ。しかし、参加地域によっては、学校が分散登校になっていることもあり、生徒全員に一人1台、タブレットPC等を貸与した。

また、生徒ご自宅からの配信も可能となるように、自己成長ステージの半分を土曜日に実施することとした。

コロナ禍において、学校やご家庭が急速にオンライン化に対応するようになってきている。

#### ・ コロナ禍における自己成長ステージについて

令和2年度は3<sup>rd</sup> stageは現地でなく、アメリカの現地の学生とのオンライン交流となった。当初、自己成長ステージは数学英語の学習のみの予定で、アメリカ渡航の際のさまざまな交流を基にしていたため、名古屋大学国際機構の石田教授から、つぎの指摘を受けた。

- (1) 入国から英語に触れる機会が多く、現地の生徒、学生と会うまでに練習ができるが、オンライン上ではいきなり話し合いを持つため生徒の理解が厳しいこと。
- (2) アメリカの現地の英語のスピードはかなり速いため、オンライン上での会話には練習が必要であること

そこで、石田先生から名古屋大学で4年間英語のみの講義で卒業ができるプログラムG30に所属する学生をお願いすることになった。

8回の自己成長ステージのうち、最後の2回について、次の表にあるように、6名の留学生在が2つのグループ、3名ずつに分かれて英語の発表資料だけでなく、気軽に会話ができる環境作り、をZoomのブレイクアウト機能を利用することでおこなった。発表だけでなく、質問や気軽な会話等で3<sup>rd</sup>ステージのハードルが低くなるよう、環境整備に努めた。

## Zoom meeting プログラム

29日(金)				
15:30	Zoom オープン https://us02web.zoom.us/j/86740284122?pwd=bjVuUFcvW5YV2c zZXE4UmNiUmUxdz09 ミーティングID: 867 4028 4122 パスコード: MQ40eq	武田先生 石田先生 TA6名		
15:45	Zoom meeting 開始 【石田(英語)】TAに本で行う以下の内容を説明する。 ・本日はSSH(スーパーサイエンスハイスクール重点校)の企画で参加している高校生6グループと英語によるグループセッションです。 ・3月にアメリカの学生と数学の内容の作品で対談するための準備です。 ・16時にみなさんは高校生に自己紹介をしていただきます。 (お名前、所属、趣味を準備してください)			
15:50	高校生Zoomに参加	武田先生		
16:00	【石田】 ・高校生の皆さん、こんにちは。本日はSSH(スーパーサイエンスハイスクール重点校)の企画で参加している高校生6グループが3月にアメリカの学生と数学の内容の作品で対談するための準備です。今日は、名古屋大学の国際プログラムで学んでいる留学生に皆さんの発表を聞いていただくために参加していただいています。留学生の皆さんから、発表にたいするコメントをしていただく予定です。難しい質問はでませんので、気楽に会話を楽しんでください。 ・最初にTAの学生さんに自己紹介をしていただきます。2月5日にも参加していただきます。では、TAの皆さん、お願いします。	石田先生 TA6名 高校生全員		
16:08	【石田】発表は2つのグループに分けて行います。いまから、高校生とTAを分けますので分かれてください。 〈ルームA〉は武田先生、TAのHa Tu Buiさん(F)、shehab faddaさん、Quang Nguyenさん、名大附属高校MDF、名大附属高校原点O、金沢大学附属高校の皆さん 〈ルームB〉は石田、TAのSparsh Mishraさん、Diep Minh Nguyenさん、Nguyen Hoang Hiepさん、四日市高等学校、筑波大附属駒場=うどんげ、筑波大学附属駒場=いるかもよの皆さんです。 それでは分かれて発表会を始めてください。			
	ルームA		ルームB	
16:15	〈名大附属高校MDF〉発表 【武田】・名大附属高校MDFの発表をお願いします。 ・それでは、生徒自己紹介(名前・学年・趣味)をお願いします。 【生徒】生徒が自己紹介 【武田】・では、いまから英語の発表を行います。 ・まずはどんな内容か、私から簡単に説明いたします。(概要の説明1分) ・それでは名大附属MDFさん、発表をお願いします。 【生徒】発表(約10分) 【武田】・それでは、TAさんから質問をお願いします。発表内容、発表の仕方、趣味に関する質問、自己紹介も絡めた質問、なんでも結構です。 【TA】(TA→生徒)英語で質問 【武田】・生徒のみなさんから質問をお願いします。なんでも結構です。	武田 TA(1)Ha Tu Bui TA(2)shehab fadda TA(3)Quang Nguyen 名大附属=MDF 名大附属=原点O 金沢大学附属	〈四日市高校〉発表 【石田】	石田 TA(1)Sparsh Mishra TA(2)Diep Minh Nguyen TA(3)Nguyen Hoang Hiep 四日市高= 筑波大附属駒場=うどんげ 筑波大学附属駒場=いるかもよ
16:45	〈名大附属高校 原点O〉発表 以下同様			
17:15	〈金沢大附属高校 原点O〉発表 以下同様		〈筑波大附属高校 いるかもよ〉発表	
17:45	【石田】発表はこれで終わりますが、せっかくだから10分ほど自由対談を行いたいと思います。なんでも結構ですから、生徒さんは英語の勉強だと思って留学生に自由に話しかけてください。			
17:55	【石田】・それでは以上で終了します。ありがとうございました。			

## 5日(金) 29日と同様(ただし、高等学校とTAなどの組み合わせを入れ替える。)

15:50	Zoom オープン			
	ルームA		ルームB	
16:00 開始時間 注意	Zoom meeting開始 【石田(英語)】では、Zoom Meetingを始めますが、高校生はJan.29の場合と部屋を入れ替えて、発表してもらいます。 〈途中省略〉	武田 TA(1)Ha Tu Bui TA(2)shehab fadda TA(3)Quang Nguyen 四日市高= 筑波大附属駒場=うどんげ 筑波大学附属駒場=いるかもよ	【武田(英語)】 【武田(英語)】	石田 TA(1)Sparsh Mishra TA(2)Diep Minh Nguyen TA(3)Nguyen Hoang Hiep 名大附属=MDF 名大附属=原点O 金沢大学附属
17:55	【石田】・それでは以上で終了します。ありがとうございました。 ・高校生の皆さんは、3月にアメリカの大学生とZoom Meetingを行います。 ・1月29日と本日の経験を生かして、アメリカでも頑張ってください。			

### 3<sup>rd</sup>ステージ（令和元年度は中止、令和2年度はオンラインによる実施予定）

#### a 仮説

自ら主体的に課題を発見し、新しい価値を明確なデータに基づいて創造することができ、将来世界の中で活躍することができるTop型科学技術人材を育成する。海外の高校生と協同し、自分の持つ社会的背景とは異なる状況の下でも多くの情報を収集し、必要な情報を的確に処理する能力を育成することができる。また成果を英語で発表し、情報交換を行なうことで国際性を育成できることが期待される。

#### b 研究内容

このステージでは選抜は行わない。日本の学生の海外の発表では、発表は上手であるが質疑応答が苦手な傾向がある。このステージでは大きな大会場での発表ではなく、アメリカの高校生との交流や、現地でのフィールドワーク、教室などでの発表を通じて現地の学生、生徒との活発な交流をすることで、質疑応答等を通じて英会話能力を向上するための調査することが目的である。

#### 1. 方法（3<sup>rd</sup> stage）

3<sup>rd</sup>ステージに進出した学校が自己成長ステージでまとめた内容を英語化したことを基礎として、3月中旬にアメリカ、ノースカロライナの学生と（現地で3日間）かけて オンライン上で数学の課題に取り組む。参加校一同が名古屋に集結する。3日間、現地の高校生と交流をはかりながら数学の視点から調査（フィールドワーク）をおこなう。現地の大学生とともにデータ分析、発表準備を行う。フィールドワークで学んだことを現地の高校生とまとめる。3日目はまとめた内容をNorth Carolina State Universityの教員に見ていただき、現地の生徒や学生とのディスカッションを通じてTop型科学人材を育成するための能力向上をはかる。

#### 2. 手段

令和2年度もアメリカへの渡航は中止となった。令和2年度は日本の高校生と米国の大学生によるオンラインによる進行を予定でしている。

実施日は日本時間で3月22日（月）から24日（水）を予定している。出場団体は名古屋に集合する。2<sup>nd</sup> stageと自己成長ステージで作成したポスターをたたき台にアメリカの学生と議論を行う。ただし、時差の関係でNorth Carolina State Universityの学生との交流可能な時間は

3/22 8:00-12:00, 20:00-23:00

3/23 8:00-12:00, 20:00-23:00

3/24 8:00-12:00

である。時間等を考慮し、実施する予定である。また、グループ同士で交流を深めることで、生徒同士の交流も深める予定である。

以下の内容は当初の計画である。North Carolina State Universityとの交流内容である。今年度も実施する。フィールドワーク等の実施方法が課題である。以下の内容は現地で行った場合の当初の内容である。

#### Durham Downtown

Duke大学がある米国ノースカロライナ州ダーラムを拠点に、建物や道路、街路樹等を観察し、事象を数量や図形およびそれらの関係などに着目してとらえ、そこから数学の問題を見出し、統計、数式等を活用して数学的に事象を分析してまとめる。加えて、現地の米国人へのインタビューを行いながら、日本で行った2<sup>nd</sup>ステージでの調査結果と比較し、米国と日本の街づくりの構造等と比較するための材料を収集する。

## North Carolina School of Science and Mathematics

Durham DowntownのFWを通して収集した調査内容を、North Carolina School of Science and Mathematics (NCSSM) の生徒と一緒に分析し、レポートにまとめる。その分析結果をNCSSMの生徒や教員等に発表し、意見交換を英語でインタラクティブに実施する。その後、NCSSMの教員から発表内容や発表方法に関するフィードバックをもらう。

## North Carolina State University

名古屋大学の北米事務所であるNU-TECHと協力し、名古屋大学と学術交流を行っている数学教育（研究）で有名なNorth Carolina State Universityで、数学科、統計学科等の大学生を対象として、現地でNCSSMの生徒と分析しまとめた内容に関してプレゼンテーションを行う。また、その内容に関して、米国の大学教員から発表内容や発表方法に関するフィードバックをもらう。

## 2. 検証

令和元年度は緊急事態宣言が発令されたため、直前で中止となった。そのため、検証することはできなかった。令和2年度は3月にオンラインで実施予定である。

### ④実施の効果とその評価について

#### 0 ステージ

最終年度は「三角形の面積を2等分する線分について」「2個の自然数の最大公約数が1になる確率について」の2問を出題した。3年間の作問で探究的な問題作りは、教育課程の中で作る作問、枠にとらわれない作問の2種類を作成した。1年目の枠にとらわれない問題は、日頃から数学に興味があって、大学数学への取り組みに興味を持つ生徒の応募が多かった。2年目の教育課程の中で作問した問題では地域の伝統校からの応募が目立った。

3年目はその両方を出題した。今年度の応募者は1年目、2年目の特徴をもった学校がそれぞれ応募した。

評価に問題方法の設定の違いからどのような解答となるのか採点により評価を与えた。

重点枠で出された公募問題の採点をおこなった。

審査員は、

名古屋大学多元数理科学研究科	教授	宇澤 達
名古屋大学 多元数理研究科 日本学術振興会特別研究員PD		武田 渉
愛知県立瑞陵高等学校	教諭	山崎 辰雄
愛知県立津島高等学校	教諭	山田 潤
三重県立津高等学校	教諭	田邊 篤
名古屋大学教育学部附属中・高等学校	教諭	渡辺 武志

審査方法：公募問題について

最初に7人の審査員で、チームを組んで学校の解答を確認する。

#### 問題1

問題の複数解答の内容で	選抜
1つ1つの解答の長所の内容で	選抜
複数回答の共通性の内容で	選抜



## 問題2

解答した答えの精度は重要視せず、解答までの課程を採点した。

無限積と無限和の等式は素因数分解の一意性や収束の確認などの確認を吟味した。

無限積で止めて考察をした解答は一定の評価をした。

多くの具体例を計算し、ある値に収束するであろうことを確認した答案も一定の評価をした。

上記の方法で16団体を選抜した。

審査後、審査で選出された学校はすみやかに連絡し、交通機関の手配を行った。(その後1<sup>st</sup>ステージ, 2<sup>nd</sup>ステージはオンラインでおこなわれた) 審査で選出されなかった学校へは、解答と選出方法、基準等を知らせた。

## 1<sup>st</sup>ステージ

今年度の1<sup>st</sup> stageはオンラインで行われた。ブレイクアウト機能やメールを利用した方法によって、昨年と同じ方法でレクチャーの課題に取り組み、提出、および、大学教員による採点ができる。講座を4つおこなわれた。生徒にとってこの講義は、教員がレクチャーを行って、初めて学ぶ知識を共有してから団体、もしくは個人で1つの問題に取り組むことは、概念的理解を深めるための、協同探究の方法を学ぶことがオンライン上でも確認された。



また、教員による採点が3<sup>rd</sup>ステージの進出を決定するため、生徒たちの探究する力のモチベーションを維持することにつながった。

## 2<sup>nd</sup>ステージ

### ・フィールドワークの効果

地域の商店街や建物を調べ、8月末に発表をオンライン上でおこなった。

今年度は、オンライン上で審査員が評価を行った。

参加チームの学校と発表内容は以下の通りである。

チーム1	福島県立福島高等学校	ハンブ オブ チキン
チーム2	岐阜県立斐太高等学校	防犯カメラの最適な配置
チーム3	三重県立津高等学校	点字ブロックと障害物～格子点から考える～
チーム4	三重県立四日市高等学校	～ピクトくんのヒミツ～
チーム5	長野県諏訪清陵高等学校	No try No dry
チーム6	金沢大学附属高等学校	より良い雨除けの設計
チーム7	多治見西高等学校	人間の「眼」で考える商店街
チーム8	兵庫県立神戸高等学校	はっと目を引く宣伝効果
チーム9	清真学園高等学校	スタジアムグルメ計画
チーム10	筑波大学附属駒場高等学校	クラス分けに関する一考察
チーム11	筑波大学附属駒場高等学校	硬貨の種類効率化
チーム12	愛知県立瑞陵高等学校	Mistで冷やすとBest !!
チーム13	名古屋大学教育学部附属中・高等学校	大須、道多すぎないか
チーム14	名古屋大学教育学部附属中・高等学校	広告と数式

名古屋で実施している、フィールドワークは、2日間でポスターを作成する必要があったが、1<sup>st</sup> stageと2<sup>nd</sup> stageの期間を3週間としたため、しっかりとまとめられたポスター発表となった。

## ・日本数学コンクールについて

日本数学コンクールは毎年、8月に行われている名古屋大学主催の大会である。

今年度はコロナ禍のため、実施が秋以降となり、かつ団体戦が中止になったため、実施しなかった。日本数学コンクールは結果的に10月25日（日）の開催となった。個人戦のみの実施であった。

## 自己成長ステージ

今年度はコロナ禍のため、アメリカでの現地でのフィールドワークや発表はおこなわない。しかし、現地の学生と高校生たちが作成したポスターをもとに、議論することになった。

自己成長ステージでは、数学英語を学習するだけで、現地に向かわないため、現地の学生といきなり会話が難しい。そこで、名古屋大学石田教授の助言のもと、名古屋大学G30プログラム（英語のみの講義で4年間おこない、学士を取得するプログラム）の留学生の方々にご協力をいただき、同じ内容のポスターを利用して、2回英語によるディスカッションの時間を設けることにした。

## 3<sup>rd</sup>ステージ

令和元年度は渡航が中止となったため実施できなかった。そのため、実施の効果と評価が検証できなかった。

## ⑤研究開発実施上の課題および今後の研究開発の方向・成果の普及

### 0ステージ

0ステージは緊急事態下であったため、メールによる応募も受け付けた。もとの原稿も送付をお願いした。概ねメールによる送付も順調であった。

また、今年度の問題は2つの問題の出題であったが、どの学校もおちついて取り組んでいる解答している様子が見えなかった。

今年度も、意欲ある生徒たちに対して、結果への連絡方法が重要であり、1<sup>st</sup>ステージに進出できなかった学校には、（資料）のような選抜の経緯をお送りして対応した。

数学に興味強い生徒たちによる解答であるため、送られた解答を分析し、評価をまとめ発表することで、成果を普及したいと考えている。

### 1<sup>st</sup>ステージ

オンラインでの講義後メールを利用して、当日に解答の送付をお願いし、各校から集めた。その後、郵送による解答送付も行った。すべての課題はグループで取り組んだ。団体での採点であった。採点方法は、昨年度からひきつづき講義をお願いした講師の先生のアドバイスをもちに採点を行った。オンライン上で、Zoomによるブレイクアウト機能を利用することで、それぞれのグループでの解答を行うことができた。また、メールによる解答送付も問題なく、行うことができる。このため、オンライン上での試験も十分に可能であることがわかった。メールでの即応性と郵送での確認の2重チェックを行うことで、信頼性も確保できるため、この成果を発表できるとよいと考えている。

### 2<sup>nd</sup>ステージ

今年度のフィールドワークはそれぞれの地域の商店街や建物を利用した制作をお願いした。コロナ禍のため、実施時期が夏休み中となったが、各学校が授業数の確保のため、フィールドワークの発表（ポスター発表）は8月の下旬となった。発表原稿の送付はすべてPDF形式でお願いをした。期限までにどの学校も問題なく、原稿が送付された。

発表はZoomによるブレイクアウト機能を利用し行われた。事前にPDFを送付したこともあり、審査員もスムーズに審査することができた。PDFの送付がその機種からも汎用性が高く、便利であることがわかった。

今年度はコロナ禍のため、日本数学コンクールは延期され、8月に実施はできなかった。

また、団体戦は今年度行わず、個人戦だけとなった。日本数学コンクールは10月25日（日）に個人戦のみの開催となった。数学好きな生徒がたくさんいたため、団体戦を切り替えて、個人戦に挑戦できるよう、機会を設けなかったことが、反省点である。他方、SSH重点枠の1<sup>st</sup>ステージによるリアルタイムによる採点方法が十分に可能なことがわかり、日本数学コンクールの解答方法もメールによるリアルタイムな発送と本文の郵送と同様な方法をとることになった。さまざまなオンライン上のコンテストではこの方法による採点が普及すると思われる。

### 自己成長ステージ

数式を英語で話すことに慣れるため、レクチャービデオの教材を利用している。このビデオ教材は名古屋大学国際機構の石田教授が最初に作成したもので、ネイティブが話す数学英語のスピードを8割に落とすなど、工夫がされている。よい教材であり、ネット上でだれでも閲覧ができるため、たくさんの方の利用が望まれる。生徒は累乗や分数式などの数式を英語で話すことを練習する。生徒たちは事前に練習し、発表する。数式は型が決まっているため、1回で上手に数式を説明していた。今回も初回からアドバイスをいただける大学教員や大学院生をお願いして、数学英語の練習に関するアドバイスを行うことで、事前準備が充実したものとなった。

また、今年度はアメリカへ渡航しない。オンラインでの交流となる。そのため、事前準備として名古屋大学G30の留学生をお願いをし、留学生と事前に英語の練習をおこなうことで、現地の学生との会話がスムーズに行うための準備とする。この時間はすべて英語での講義となるため、綿密な準備が必要となることが普及への鍵となる。

ネットワーク環境の整備はコロナ禍のため、各学校で教室のネットワーク整備が整っていたこともあり、それぞれの学校で問題なく利用することができた。

### 3<sup>rd</sup>ステージ

令和2年度はアメリカへの渡航はなくなった。今年度は3月末に出場する6団体が名古屋に集結し、オンライン上でアメリカの現地の学生と交流を行う。コロナ禍のため、アメリカの渡航は1度のみであった。渡航時に、日本で作成したポスターをたたき台とした議論の中でわかったことは、おこなった環境と米国での環境が国土の大きさもあり、日本で設定したテーマが現地では理解されないことがあること。現地でのフィールドワークでは、現地校の生徒たちとの議論を通じて同じ内容でもテーマを再構築するが多かった。

日本の生徒が大学での数学英語の発表について、発表は得意であるが、質疑応答が苦手である傾向がある。今回の大学のモールでの発表は壇上での発表ではないため、敷居が低い。このため、発表は要点の部分だけの内容になった。道行く学生や教員にはわかりやすくなった。発表生徒はさまざまな人に繰り返し説明することで生徒たちは発表に慣れていった。特に、発表後の質問はたくさんの方が疑問に思った点が似通っていることから、解答を繰り返し英語でおこなうことになった。だんだん受け答えにも慣れてゆき、終了間際には、英語でのディスカッションの楽しさや大切さを理解していた。終了後の生徒の作文にも同様のことが書かれていた。

オンライン上で現地の状況をどこまで再現できるかが課題となる。また、日本とアメリカとの時差が12時間あるため、共同作業のできる時間が限定される。Zoon等オンラインによるやりとり等、実施において自己成長ステージでの経験から、綿密な計画が必要となる。

文責 渡辺武志

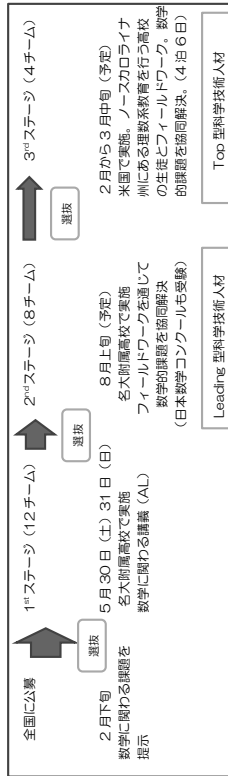
# アメリカで数学をしませんか

## 2020年度 名古屋大学教育学部附属中・高等学校 SSH（重点枠）企画 募集要項

- ◎ 名古屋大学教育学部附属中・高等学校では第3回 SSH（重点枠）企画を実施します。

名古屋大学教育学部附属中・高等学校ではSSH（重点枠）企画の取り組みとして「数学的思考力を基盤に多領域に即着する人材」を育成することを目的に、下の図のような3つのステージからなる企画を実施します。

〔SSH 重点枠の流れ〕



それぞれのステージで選考が行われ、3<sup>rd</sup>ステージでは4チームがアメリカで数学の課題に取り組みます。

- ◎ 1<sup>st</sup>ステージでは、大学教員などによる講義が行われます。その講義内容に関して課題が出されます。
- ◎ 2<sup>nd</sup>ステージでは、商店街でフィールドワークを行い、課題に取り組みます。日本数学コンクールに参加、受験します。2019年度は13チームが挑戦しました。
- ◎ 3<sup>rd</sup>ステージの事前準備として自己成長ステージを開催します。名古屋大学G30プログラムで実施されている数学の授業を利用して、各学校をビデオチャットでつなぐことで、英語による数学的コミュニケーション能力を高めます。
- ◎ 3<sup>rd</sup>ステージでは、2つのステージで培った力を用いて、現地の高校生と協同でプログラムを実施します。2018年度は全国から4チーム、16名の仲間が集い実施されました。
- ◎ 2019年度は3<sup>rd</sup>ステージのみ、日本国内で拡大の様相を見るCOVID-19の状況から、たいへん残念ですが、海外研修が中止となりました。楽しみにしていた生徒のみさまには、残念な気持ちでいっぱいですが（概要は別冊の“2018年度、2019年度のまとめ”をご覧ください。）

これを読んでいる生徒のみさま、先生方、応募してみませんか！

**(2019年度は29校、49チーム 約190名の応募がありました。)**

## 公募問題

### 問題1

- ① 三角形の面積について、直線（線分）を利用して二等分する方法はどのような方法が考えられるでしょうか。数式を用いて説明してください。いくつかの解法が考えられますが、その中でアピールできるものを3つ以内で提示してください。
- ② 三角形の面積を二等分する線分について、その中点が動いてできる図形はどのような図形になるでしょうか。斜辺の長さが $\sqrt{2}$ の直角二等辺三角形に注目し、数式を用いて説明してください。

### 問題2

- ① 2個の自然数  $n_1$  と  $n_2$  の最大公約数が1になる確率はどれくらいでしょうか。必要ならばコンピュータを用いてよいですが、考える過程を必ずかいてください。
- ② ①について、求めた確率の考察や、一般化など、発展させて考えてみましょう。  
注) プログラミングを利用して考えた場合はソースファイルを送る要項にあるメールアドレスにお送りください。



## 応募条件

- ◎ 【応募資格】
  - \*高校1年生、2年生で3-4名からなるチーム。
  - \*過去に、3rdステージに進出していない生徒。
- 但し、2ndステージ参加時に病気・部活等やむを得ない事情でチームに欠員が生じ、チームが3名未満となった場合は2ndステージへの参加資格を失います。
- チームメンバーの変更はできません。
- ◎ 2019年度に3rdステージまで進出したことのある生徒は応募できません。
- ◎ 各学校から応募できるチーム数は3チームまでとします。
- ◎ 1stステージは1泊2日（近隣の学校は宿泊なし・通学）、2ndステージは生徒・引率とともに全員宿泊（3泊4日）のスケジュールです。（\*近隣の学校は2泊3日となります。）  
通学・宿泊ともに全行程中において引率が必要です。  
引率がない場合は参加資格を失います。
- 引率の途中交替は可能ですが、交通費の支給は各校1名のみとなります。
- ◎ 2ndステージでは微積分を利用することがあります。
- ◎ 3rdステージでは英語の発表となります。微積分を利用することがあります。
  - \*3rdステージ進出のチームは12月から2月にかけて『自己成長ステージ』（パソコンによる遠隔授業 10回）を受講していただきます。（必須）
- ◎ 3rdステージ（海外研修）では一部実費負担となります。  
本校SSH（重点枠）負担：国内交通費、現地交通費、海外旅行保険  
生徒負担：生徒宿泊費（5-6万円）、飲食費、パスポート・査証（ESTA）申請費用、チップ、wifiレンタル等
- ◎ 各ステージにおいて、貴校から本校までの交通費並びに宿泊費（本校が定めたもの）は本校SSH（重点枠）より負担します。

ご質問、お問い合わせ先：  
名古屋大学教育学部附属中・高等学校  
SSH（重点枠）担当 数学科 渡辺 武志  
watanabe@highschool.nagoya-u.ac.jp  
電話：052-789-2680（職員室）

## 応募方法

- ◎ 応募用紙に必要事項を明記し、「公募問題」の解答用紙を同封して下記送付先まで郵送してください。  
郵送以外の方法は受け付けません。
- ◎ 解答用紙はA3版で置き、横書きとします。ワープロソフト等を利用してかまいません。  
1枚目には学校名、チーム名、応募者の氏名（全員）、引率（担当）の先生のお名前を書いてください。  
数式は文章と行を改めて書いてください。必要に応じて図をいれてかまいません。問題1②、問題2①、問題2②について、複数枚に至るときは、それぞれの解答用紙をコピーして使用してください。画面使用はできません。
- ホチキス止め、穴あけ、インテックス添付等はしないでください。
- ◎ 本校ホームページより、応募用紙、解答用紙をダウンロードすることができます。
- ◎ ご応募いただいた解答用紙は返却できません。
- ◎ 締め切り： 令和2年4月9日（木）（必着のこと）
- ◎ 結果発表： 令和2年4月17日以降、郵送にて各学校に結果をご連絡いたします。  
\*\*\*\*\*
- ◎ 応募用紙送付先：  
〒464-8601  
名古屋市千種区不老町 名古屋大学教育学部附属中・高等学校  
SSH重点枠企画担当 数学科 渡辺 武志 宛
- ◎ SSH重点枠問合せ先：  
名古屋大学教育学部附属中・高等学校 SSH重点枠担当 三小田 博昭（さんこだ ひろあき）  
職員室：052-789-2680 メールアドレス：sankoda@highschool.nagoya-u.ac.jp
- ◎ 公募問題についての問い合わせ先：  
名古屋大学教育学部附属中・高等学校 SSH担当係 数学科 渡辺 武志  
職員室：052-789-2680 メールアドレス：watanabe@highschool.nagoya-u.ac.jp  
本校ホームページにも掲載しております。  
<http://highschool.nagoya-u.ac.jp/>

## 問題 1 について

問題1① 三角形の面積について、直線（線分）を利用して二等分する方法はどのような方法が考えられるでしょうか。数式を用いて説明してください。

いくつかの解法が考えられますが、その中でアピールできるものを3つ以内で提示してください。

①は②の解法に繋がる方法を示している解答を評価しました。具体的には、

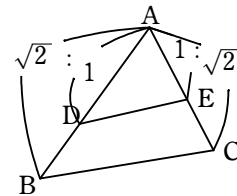
- ・ 平行線を利用して三角形の面積を2等分するもの。
- ・ 等積変形を利用するもの。
- ・ 面積比（1：2）を利用するもの。

（三角形の面積公式、座標の利用、ベクトル利用）等です。

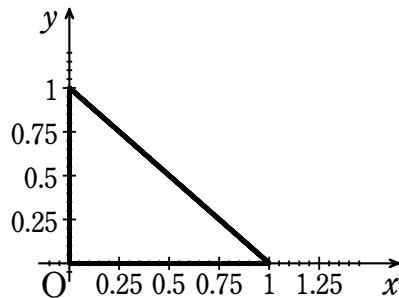
解答例

△ABCについて、Dを辺AB上の点、Eを辺AC上の点とし、  
 $DE \parallel BC$  ,  $AB:AD=AC:AE=\sqrt{2}:1$  のようにとると、  
 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$  ( $DE \parallel BC$ )

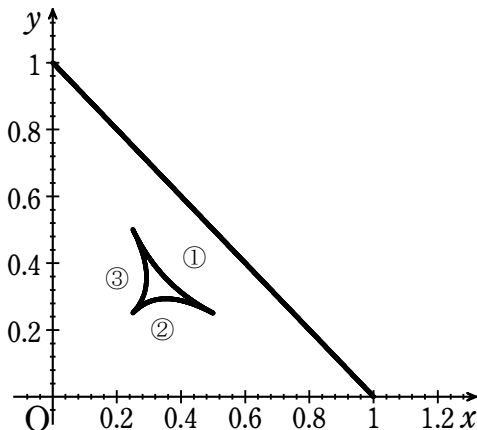
相似比が  $\sqrt{2}:1$  だから、面積比は  $\triangle ABC : \triangle ADE = (\sqrt{2})^2 : 1 = 2 : 1$   
 よって、点D,Eは辺AB, ACをそれぞれ  $\sqrt{2}:1$  となるようにとったとき、  
 $\triangle ADE$ は線分DEによって△ABC を2等分する。



問題1② 三角形の面積を二等分する線分について、その中点が動いてできる図形はどのような図形になるでしょうか。斜辺の長さが  $\sqrt{2}$  の直角二等辺三角形に注目し、数式を用いて説明してください。（問題2の解答例 スケッチ）



左の図のように座標平面を利用して、直角二等辺三角形の斜辺でない辺をそれぞれx軸、y軸に重ね合わせたものを利用すると見通しがよくなります。



実際に軌跡を求める方法を利用して計算すると、

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & y = \frac{1}{8x} \quad \left( \frac{1}{4} \leq x \leq \frac{1}{2} \right) \\ \textcircled{2} \quad & y = -\frac{1}{8x} - x + 1 \quad \left( \frac{1}{4} \leq x \leq \frac{1}{2} \right) \\ \textcircled{3} \quad & x = -\frac{1}{8y} - y + 1 \quad \left( \frac{1}{4} \leq x \leq 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \end{aligned}$$

を同時に満たす曲線が作ってできる軌跡となります。  
 応募された学校の解答の中で、ある学校の解答例（了解済）  
 お送りします。ご参考ください。

## 問題 2

1. 2 個の自然数  $n_1$  と  $n_2$  の最大公約数が 1 になる確率はどれくらいでしょうか. 必要ならばコンピュータを用いてよいですが, 考える過程を必ずかいてください.
2. 前問 1 について, 求めた確率の考察や一般化など発展させて考えてみましょう.  
注) プログラミングを利用して考えた場合はソースファイルを応募要項にあるメールアドレスにお送りください.

### 問題 2-1. の解答例

まず,  $n_1$  と  $n_2$  の最大公約数を  $\gcd(n_1, n_2)$  とおく.

#### 解答例 1

方針は  $n_1 \leq m$  かつ  $n_2 \leq m$  という制限のもとで 2 個の自然数  $n_1$  と  $n_2$  の最大公約数が 1 になる確率  $P(m)$  を求め,  $m$  を大きくすると  $P(m)$  がどのような値に近づくかを考える.

ここで,  $V(m)$  を  $\{(n_1, n_2) \mid n_1 \leq m, n_2 \leq m, \gcd(n_1, n_2) = 1\}$  の要素の個数とする. すると,  $n_1 \leq m$  かつ  $n_2 \leq m$  という制限のもとで  $(n_1, n_2)$  の選び方は  $m^2$  であるため求める確率は

$$P(m) = \frac{V(m)}{m^2}$$

となる. 以下では, この  $V(m)$  について考える.

$(n_1, n_2)$  の対称性より  $n_1 \geq n_2$  として良い.  $\varphi(n)$  を  $n$  以下の自然数で  $n$  と互いに素なもの個数とすると

$$V(m) = 1 + 2(\varphi(2) + \varphi(3) + \cdots + \varphi(m)).$$

より多くの  $\varphi(i)$  を計算することで確率  $P(m)$  の挙動が確認できる. 実際に計算すると  $V(100) = 6087$ ,  $V(1000) = 608383$ ,  $V(10000) = 60794971$  ということが分かるため,  $P(100) = 0.6087$ ,  $P(1000) = 0.608383$ ,  $P(10000) = 0.60794971$  ということが分かる. つまり, 求める確率は 0,608 くらいとわかる.

注意 1.  $\varphi(i)$  を求めるとき以下の性質に気づくと計算が楽になる.(証明も容易)

$\varphi(i)$  の性質.  $p$  を素数,  $k$  を自然数とする.

1.  $\varphi(p^k) = p^k - p^{k-1}$ ,
2.  $n, m$  の最大公約数が 1 ならば,  $\varphi(mn) = \varphi(m)\varphi(n)$ .

## 解答例 2

方針は整数を小さい順に並べたとき素数  $p$  の倍数が  $p$  個に 1 回現れるため、整数  $n$  が素数  $p$  の倍数である確率は  $\frac{1}{p}$  とみなせるということを使う。

$\gcd(n_1, n_2) = 1$  ということはすべての素数  $p$  に対して  $n_1, n_2$  の少なくとも一方が  $p$  の倍数でないということである。先ほどの注意から各々の  $p$  に対してそのような確率は

$$\left(1 - \frac{1}{p^2}\right)$$

と見なすことができる。

すべて独立であるため、すべてかけ合わせれば求めたい確率  $P$  になる。よって確率  $P$  は

$$P = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{5^2}\right) \left(1 - \frac{1}{7^2}\right) \cdots$$

となる。全てかけ算することは難しいが、 $p$  が大きくなると  $1 - \frac{1}{p^2}$  は急激に 1 に近づくためかけ算では無視できると予想できる。 $p = 97$  まで計算すると 0.6090337253995166,  $p = 997$  まで計算すると 0.6080043073061253,  $p = 9973$  まで計算すると 0.6079330691140551 ということが分かり、0,608 より少し小さいくらいとわかる。



### 解答例 3

$\gcd(n, m) = g$  であることと  $\gcd(\frac{n}{g}, \frac{m}{g}) = 1$  が同値であることから, 2つの自然数の最大公約数が  $g$  である確率を  $P(g)$  とおくと

$$P(g) : P(1) = 1 : g^2$$

ということが推測できる. ここで確率論の基本事実から全事象の確率の総和が 1 になるため,

$$P(1) + P(2) + \cdots + P(g) + \cdots = 1.$$

$P(g) : P(1) = 1 : g^2$  より

$$P(1) \left( 1 + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{g^2} + \cdots \right) = 1$$

$$P(1) = \left( 1 + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{g^2} + \cdots \right)^{-1}.$$

全て足し算することは難しいが,  $n$  が大きくなると  $\frac{1}{n^2}$  は急激に 0 に近づくため足し算では無視できると予想できる. 100 まで計算すると 0.611626817785126, 1000 まで計算すると 0.608296717075909, 10000 まで計算すると 0.6079640597889889 ということが分かり, 0,608 より少し小さいくらいとわかる.

## 問題 2-1. の採点について

- 出した答えの精度は重要視せず、解答までの過程を採点した.
- 以下の等式

$$\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)^{-1} \left(1 - \frac{1}{3^2}\right)^{-1} \left(1 - \frac{1}{5^2}\right)^{-1} \cdots = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \cdots$$

は非自明のため、素因数分解の一意性と無限積収束の確認をして初めて正当化できる. (多くの高校が素因数分解の一意性の確認のみであった)

- バーゼル問題はよく知られている結果であるが

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \cdots = \frac{\pi^2}{6}$$

は非自明であるため、 $\sin x$  の無限積展開や適当な無限級数による値の評価など考察がされている答案は加点した.

- 無限積

$$\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{5^2}\right) \left(1 - \frac{1}{7^2}\right) \cdots$$

で止めて考察をした解答は先 2 つの減点はなく、一定の評価をした.

- 多くの具体例を計算しある値に収束するであろうことを確認した答案も一定の評価をした.
- 多くの議論が数学の証明としては不適切な部分があるため、解答例も曖昧な表現をしている. 正当化するための議論は解析的整数論の教科書を読むと学ぶことができる.

## 問題 2-2. の解答例

いくつか考察例を紹介する.

まず, 次の自然数の二乗の逆数和  $S_k$  を考える.

$$S_k = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \cdots + \frac{1}{k^2}.$$

簡単な不等式計算により

$$\begin{aligned} S_k &= 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \cdots + \frac{1}{k^2} \\ &< 1 + \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{(k-1) \times k} \\ &= 1 + \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{k-1} - \frac{1}{k}\right) \\ &= 2 - \frac{1}{k} < 2. \end{aligned}$$

よって, 自然数の二乗の逆数和をどんなに繰り返しても 2 を超えないことが分かる. つまり,

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \cdots < 2$$

となり, 加えるものは常に正であるためは自然数の二乗の逆数和は何らかの値に収束することが分かる.

つぎに確率に現れた無限積  $P$  が 0 にならないことを示す場合は以下の方法が便利. ( $\exp(x) = e^x$ )

$$\begin{aligned} P &= \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{5^2}\right) \left(1 - \frac{1}{7^2}\right) \cdots \\ &= \exp\left(\log\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) + \log\left(1 - \frac{1}{3^2}\right) + \log\left(1 - \frac{1}{5^2}\right) + \log\left(1 - \frac{1}{7^2}\right) + \cdots\right). \end{aligned}$$

$0 < x < \frac{1}{4}$  において  $\log(1-x) > -2x$  であるので

$$\begin{aligned} P &> \exp\left(-2 \times \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \cdots\right)\right) \\ &> \exp\left(-2 \times \left(1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \cdots\right)\right). \end{aligned}$$

先の逆数和に関する結果より以下を得て示される.

$$P > \exp(-4) = e^{-4} > 0.$$

一般化として考えられるものについて. ( $\zeta(k) = 1 + \frac{1}{2^k} + \dots + \frac{1}{n^k} + \dots$  とする.)

$$(k \text{ 個の自然数 } n_1, \dots, n_k \text{ の最大公約数が } g \text{ になる確率}) = \frac{1}{g^k \zeta(k)}.$$

$$(\text{自然数 } n \text{ が } 2 \text{ 乗の因子をもたない確率}) = \frac{1}{\zeta(2)}.$$

近似値までなら証明は同じ方法でできる. 正確に収束値まで示すには問題 2-1. の解答基準で指摘したことの確認が必要. (後に書くようにこの問題ではそれらに関する考察なしでも減点はしない.)



## 問題 2-2. の採点について

- 一般化の場合は一般化の度合いや発想の柔軟性を評価した。また、問題 2-1. とは違い非自明な結果を使うことに減点は全くしていない。
- 以下では上に挙げた以外に印象に残った考察を紹介する。
  - 2 元 1 次方程式  $a_1x_1 + a_2x_2 = 1$  ( $a_i \neq 0$ ) が整数解  $(m_1, m_2)$  を持つ確率と 2 個の自然数  $n_1, n_2$  の最大公約数が 1 になる確率と同じであることを指摘した考察。さらには  $k$  元 1 次方程式  $a_1x_1 + \cdots + a_kx_k = n$  ( $a_i \neq 0$ ) が整数解  $(m_1, \dots, m_k)$  を持つ確率と  $k$  個の自然数  $n_1, \dots, n_k$  の最大公約数が  $n$  の約数になる確率と同じであることを指摘した考察。
  - 自然数の部分集合  $S$  を適当に固定し、 $n_1, n_2$  が  $S$  の要素であるという条件下  $\gcd(n_1, n_2) = 1$  となる確率を求めたもの。
  - 素数定理から  $\gcd(n_1, n_2) = 1$  となる  $(n_1, n_2)$  を考えたとき、片方が素数であるものや両方素数であるものの個数について考察し、大半が両方合成数であるという考察。
  - $k$  個の自然数の組  $(n_1, \dots, n_k)$  から適当に  $m$  個選んだときに最大公約数が  $g$  になる確率や  $\gcd(n_1, n_2) = g$  のときに  $n_3$  も加えて  $\gcd(n_1, n_2, n_3) = 1$  となる確率を求めたもの。
  - 3 個の自然数  $(n_1, n_2, n_3)$  に対して  $\gcd(n_1n_2, n_3) = g$  となる確率を考察したもの。

資料3

**2nd ステージ 採点表**

学校名	チーム名	タイトル	先生	先生	先生	先生	2nd 合計		参考 1st stage 合計		参考 総合計	
			65	73	75	75	288		209		497	
			55	65	50	65	235		201		436	
			35	70	60	80	245		160		405	
			95	83	95	75	348		238		586	
			70	70	75	75	290		194		484	
			85	76	90	80	331		261		592	
			45	70	55	50	220		154		374	
			50	70	35	60	215		274		489	
			75	73	90	85	323		241		564	
			85	82	90	55	312		320		632	
			85	86	80	85	336		300		636	
			40	71	75	75	261		190		451	
			50	73	85	60	268		172		440	
			50	73	75	60	258		187		445	

**2020年度 SSH 重点枠 ゼロステージ 応募校一覧表**

整理番号	都道府県	学校名	チーム名	問題1-1 解法1	問題1-1 解法2	問題1-1 解法3	問題1-2	1の合計	合計×2	問題2-1	問題2-2	2の合計	総合計
1				5	0	0	0	5	10	20	20	40	50
2				10	0	0	10	20	40	30	15	45	85
3				0	0	10	0	10	20	20	15	35	55
4				0	5	10	20	35	70	40	25	65	135
5				10	10	0	5	25	50	50	50	100	150
6				0	10	10	20	40	80	35	20	55	135
7				0	10	0	0	10	20	20	25	45	65
8				0	10	10	5	25	50	20	10	30	80
8				0	0	0	0	0	0	15	10	25	25
9				0	0	0	20	20	40	25	35	60	100
10				0	5	10	20	35	70	40	40	80	150
11				0	10	10	20	40	80	40	45	85	165
12				10	10	0	20	40	80	40	30	70	150
13				0	10	5	20	35	70	40	35	75	145
14				10	0	0	5	15	30	20	10	30	60
15				10	0	0	0	10	20	15	25	40	60
16				0	10	10	20	40	80	40	30	70	150
17				0	10	0	5	15	30	20	40	60	90
18				10	10	0	20	40	80	20	0	20	100
19				10	0	10	20	40	80	35	30	65	145
20				10	10	5	20	45	90	40	30	70	160
21				10	5	0	5	20	40	30	0	30	70